basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN/ NASIONALE SENIORSERTIFIKAAT-EKSAMEN

WISKUNDE V2

2021

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 24 bladsye.

Kopiereg voorbehou

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vraestel beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ens. wat jy gebruik het om jou antwoorde te bepaal, duidelik aan.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

Kopiereg voorbehou

VRAAG 1

1.1 Sam teken die hoeveelheid data (in MB) aan wat sy op elk van die eerste 15 dae in April gebruik het. Die inligting word in die tabel hieronder getoon.

26	13	3	18	12	34	24	58	16	10	15	69	20	17	40

1.1.1 Bereken die:

(a) Gemiddelde van die datastel (2)

(b) Standaardafwyking van die datastel (1)

1.1.2 Bepaal die getal dae waarop die hoeveelheid data wat gebruik is, meer as een standaardafwyking bokant die gemiddelde was. (2)

1.1.3 Bereken die maksimum totale hoeveelheid data wat Sam gedurende die res van die maand moet gebruik as haar algehele gemiddelde verbruik vir April 80% van die gemiddelde vir die eerste 15 dae moet wees. (3)

1.2 Die windspoed (in km per uur) en temperatuur (in °C) om 16:00 is vir 'n periode van 10 dae by 'n sekere dorp aangeteken. Die inligting word in die tabel hieronder getoon.

WINDSPOED IN km/h (x)	2	6	15	20	25	17	11	24	13	22
TEMPERATUUR IN °C (y)	28	26	22	22	16	20	24	19	26	19

1.2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)

1.2.2 Voorspel die temperatuur om 16:00 indien die windspoed van hierdie dorp op 'n sekere dag 9 km per uur was. (2)

1.2.3 Interpreteer die waarde van b in die konteks van die data. (1)

[14]

VRAAG 2

Die getal dae in 'n jaar waarop graad 8-leerders by 'n sekere hoërskool afwesig was, is aangeteken. Hierdie inligting word in die tabel hieronder voorgestel.

GETAL DAE AFWESIG	GETAL LEERDERS
$0 \leq x < 5$	34
$5 \leq x < 10$	45
$10 \leq x < 15$	98
$15 \leq x < 20$	43
$20 \leq x < 25$	7
$25 \leq x < 30$	3

2.1 Skryf die modale klas vir die data neer. (1)

2.2 Hoeveel leerders was vir minder as 15 dae van die skool afwesig? (1)

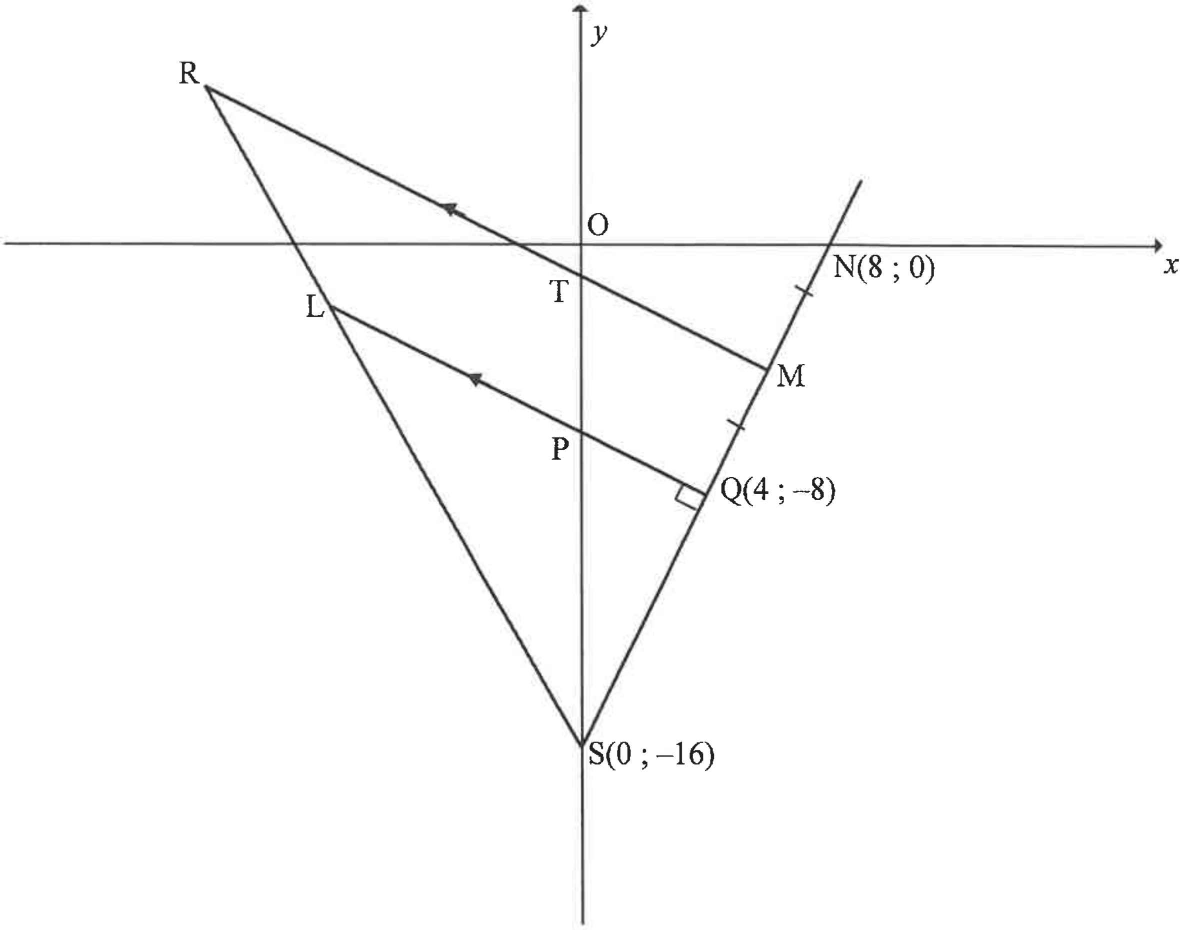
2.3 Hoeveel graad 8-leerders is daar by die skool? (1)

2.4 Skets 'n kumulatiewefrekwensie-grafiek (ogief) om die data hierbo voor te stel op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf word. (4)

2.5 Gebruik die kumulatiewefrekwensie-grafiek om die mediaan getal dae wat die graad 8-leerders afwesig was, te bepaal. (2)
[9]

VRAAG 3

In die diagram is S(0 ; –16), L en Q(4 ; –8) die hoekpunte van ΔSLQ met LQ loodreg op SQ. SL en SQ word onderskeidelik na R en M verleng sodanig dat RM || LQ. SM verleng sny die x-as by N(8 ; 0). QM = MN. T en P is onderskeidelik die y-afsnitte van RM en LQ.



3.1 Bereken die koördinate van M. (2)

3.2 Bereken die gradiënt van NS. (2)

3.3 Toon dat $y=-\frac{1}{2}x-6$ die vergelyking van lyn LQ is. (3)

3.4 Bepaal die vergelyking van 'n sirkel met die middelpunt by O, die oorsprong, en wat ook deur S gaan. (2)

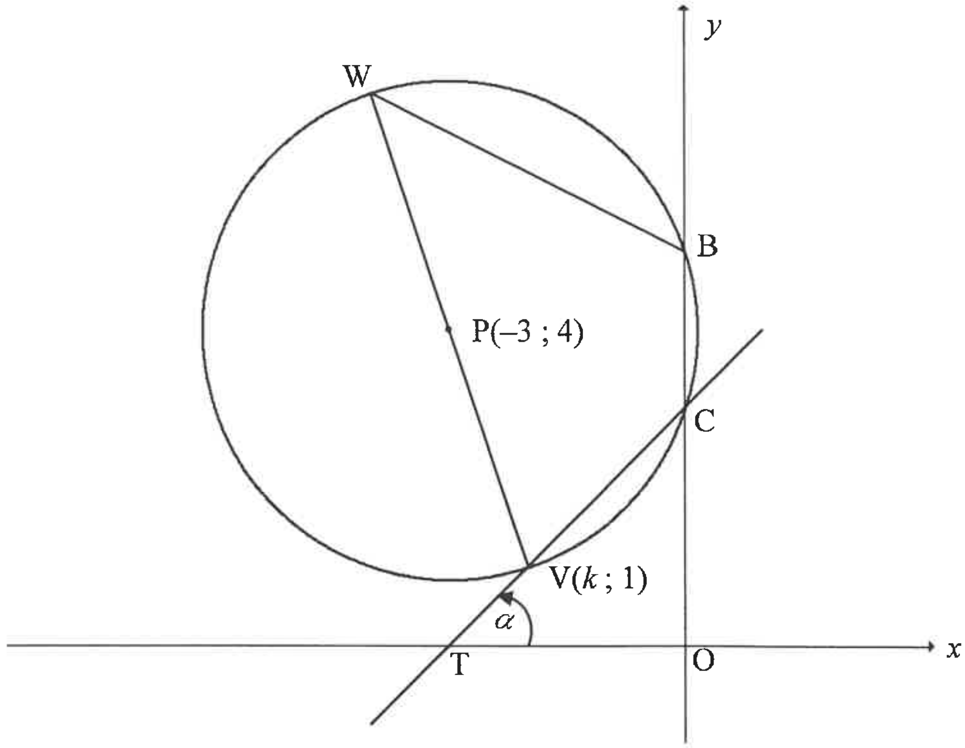
3.5 Bereken die koördinate van T. (3)

3.6 Bepaal $\frac{LS}{RS}$. (3)

3.7 Bereken die oppervlakte van PTMQ. (4)
[19]

VRAAG 4

In die diagram is P(–3 ; 4) die middelpunt van die sirkel. V(k ; 1) en W is die eindpunte van 'n middellyn. Die sirkel sny die y-as by B en C. BCVW is 'n koordevierhoek. CV is verleng om die x-as by T te sny. $O\hat{T}C = \alpha$.



4.1 Die radius van die sirkel is $\sqrt{10}$. Bereken die waarde van k as punt V regs van punt P geleë is. Toon ALLE berekeninge duidelik. (5)

4.2 Die vergelyking van die sirkel word as $x^2 + 6x + y^2 - 8y + 15 = 0$ gegee. Bereken die lengte van BC. (4)

4.3 As $k = -2$, bereken die grootte van:

4.3.1 α (3)

4.3.2 $V\hat{W}B$ (2)

4.4 'n Nuwe sirkel word verkry wanneer die gegewe sirkel om die lyn $y = 1$ gereflekteer word.

Bepaal die:

4.4.1 Koördinate van Q, die middelpunt van die nuwe sirkel (2)

4.4.2 Vergelyking van die nuwe sirkel in die vorm $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ (2)

4.4.3 Vergelykings van die lyne wat ewewydig aan die y-as getrek is en wat deur die snypunte van die twee sirkels gaan (2)

[20]

VRAAG 5

5.1 Vereenvoudig die uitdrukking na 'n **enkele trigonometriese term:**

$\tan(-x).\cos x.\sin(x-180°)-1$ (5)

5.2 Gegee: $\cos 35° = m$

Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, bepaal die waarde van ELK van die volgende in terme van m:

5.2.1 $\cos 215°$ (2)

5.2.2 $\sin 20°$ (3)

5.3 Bepaal die algemene oplossing van:

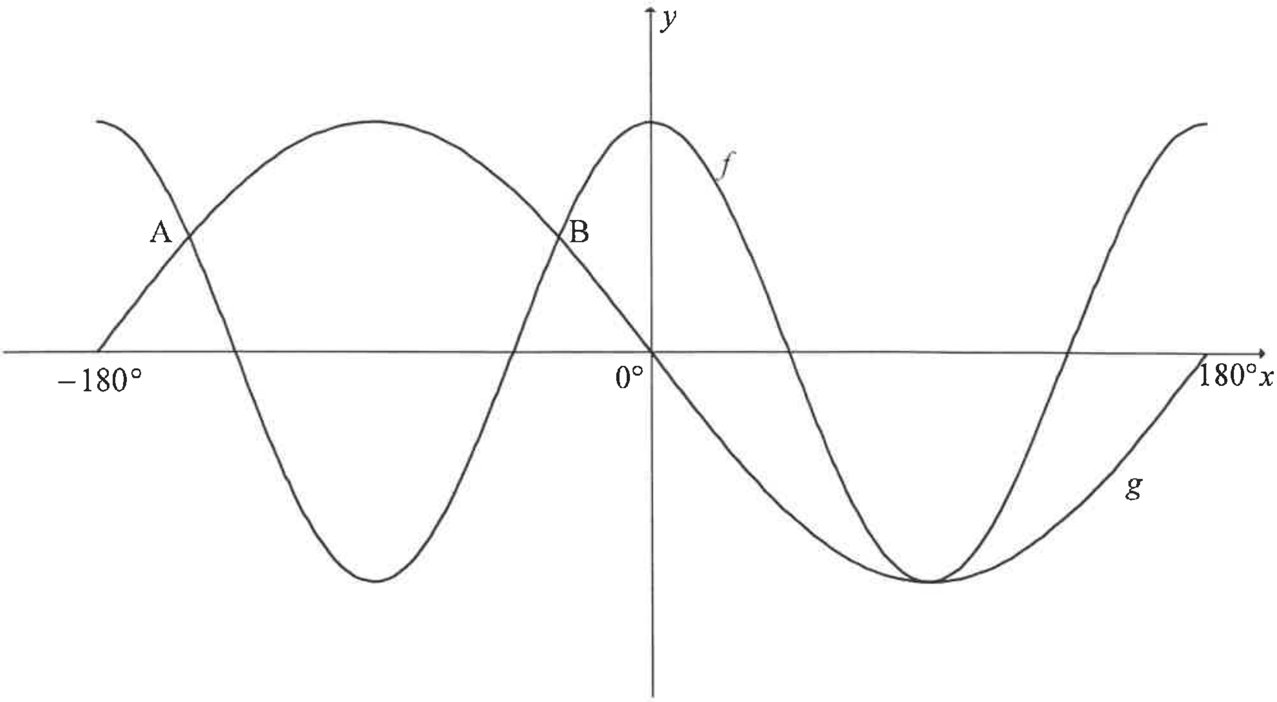
$\cos 4x.\cos x+\sin 4x.\sin x=-0{,}7$ (4)

5.4 Bewys die identiteit: $\dfrac{\sin 4x.\cos 2x-2\cos 4x.\sin x.\cos x}{\tan 2x}=\cos^2 x-\sin^2 x$ (4)

[18]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = \cos 2x$ en $g(x) = -\sin x$ geskets vir die interval $x \in [-180° ; 180°]$ A en B is twee snypunte van f en g.



6.1 **Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik**, bepaal die waardes van x waarvoor $\cos 2x = -\sin x$ in die interval $x \in [-180° ; 180°]$. (6)

6.2 Gebruik die grafieke hierbo om die volgende vrae te beantwoord:

6.2.1 Hoeveel grade is punte A en B van mekaar af weg? (2)

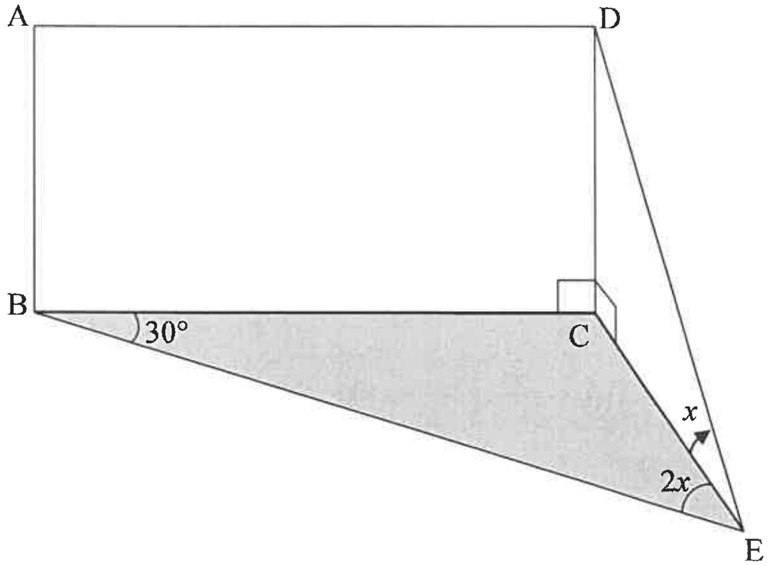
6.2.2 Vir watter waardes van x in die gegewe interval sal $f'(x).g'(x) > 0$? (2)

6.2.3 Bepaal die waardes van k waarvoor $\cos 2x + 3 = k$ geen oplossing sal hê nie. (3)

[13]

VRAAG 7

Punt B, C en E lê in dieselfde horisontale vlak. ABCD is 'n reghoekige stuk plank. CDE is 'n driehoekige stuk plank met 'n regte hoek by C. Elk van die stukke plank word reghoekig met die horisontale vlak geplaas en by DC aan mekaar geheg, soos in die diagram getoon. Die hoogtehoek vanaf E na D is x. $B\hat{E}C = 2x$ en $E\hat{B}C = 30°$.

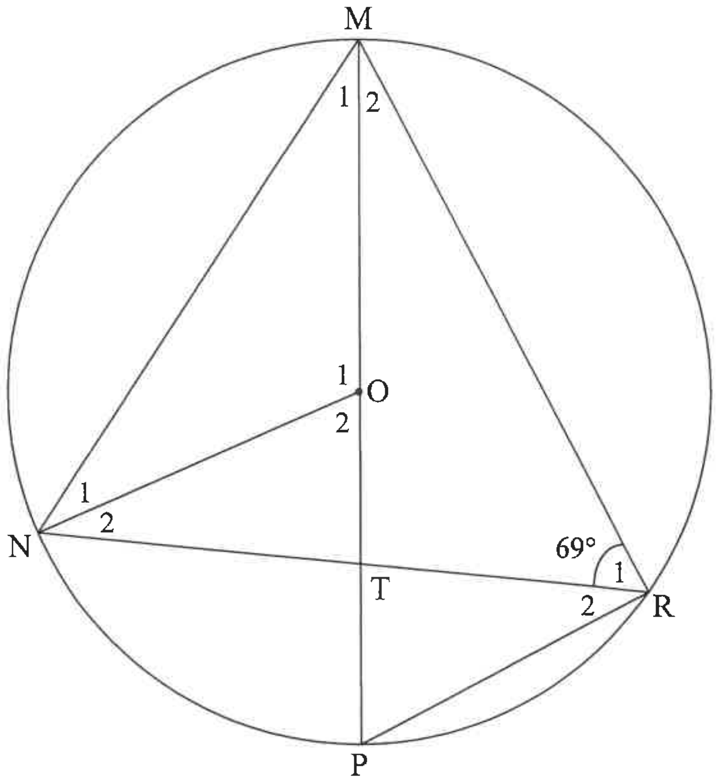


7.1 Toon dat $DC = \dfrac{BC}{4\cos^2 x}$ (6)

7.2 As $x = 30°$, toon dat die oppervlakte van $ABCD = 3AB^2$. (3)
[9]

VRAAG 8

8.1 In die diagram is MP 'n middellyn van 'n sirkel met middelpunt O. MP sny die koord NR by T. Radius NO en koord PR, MN en MR is getrek. $\hat{R}_1 = 69°$.



Bepaal, met redes, die grootte van:

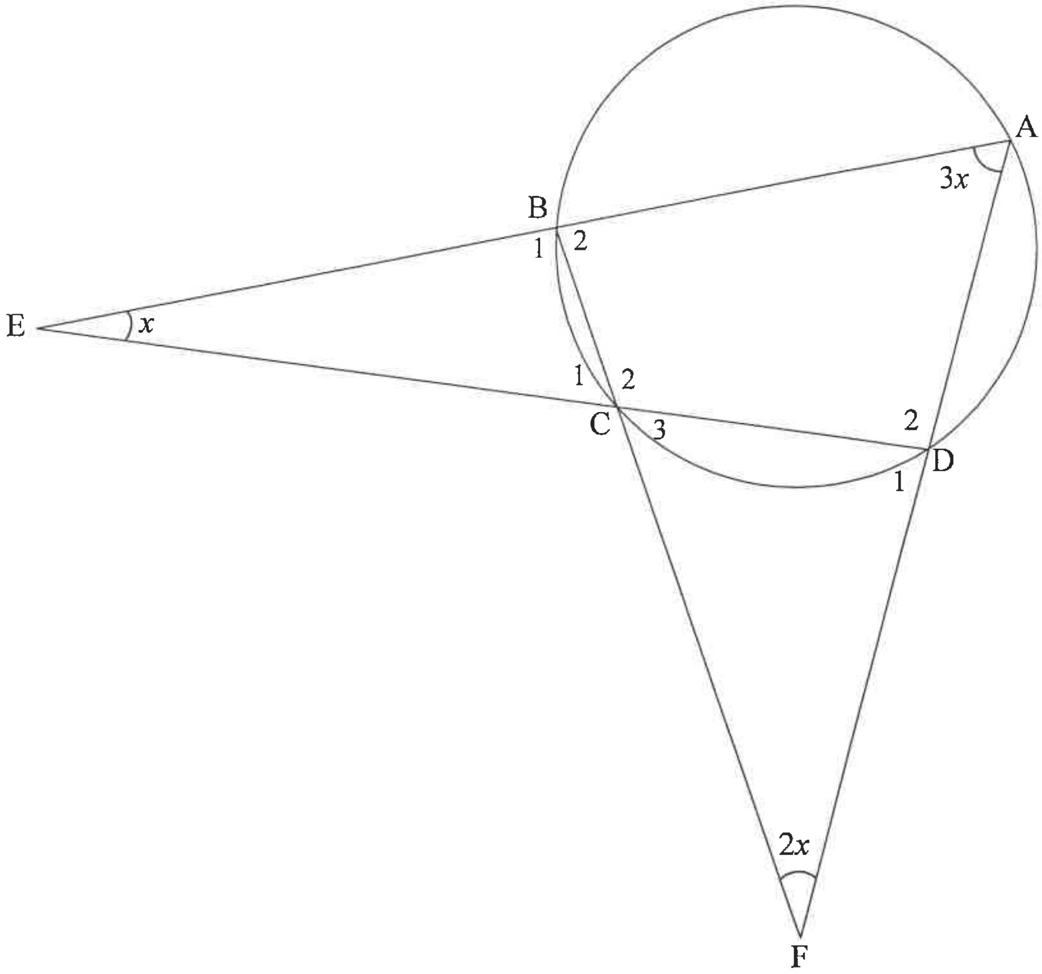
8.1.1 $\hat{R}_2$ (2)

8.1.2 $\hat{O}_1$ (2)

8.1.3 $\hat{M}_1$ (2)

8.1.4 $\hat{M}_2$, as verder gegee word dat NO || PR (4)

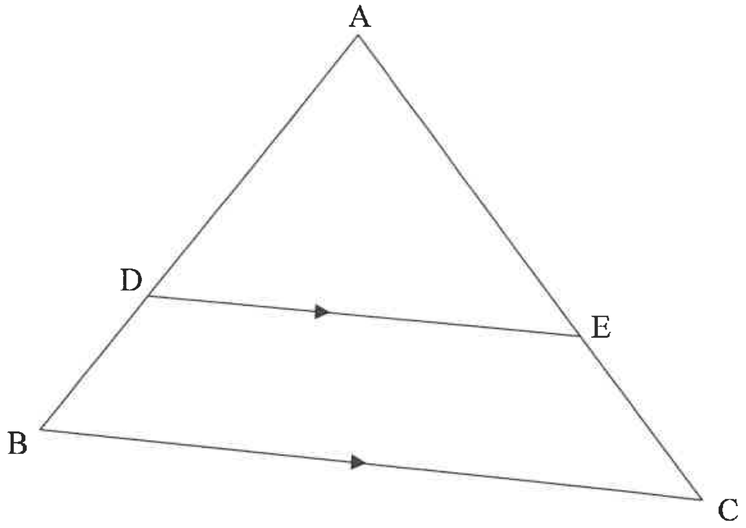
8.2 In die diagram hieronder is ABCD 'n koordevierhoek. AB en DC word verleng om by E te ontmoet. AD en BC word verleng om by F te ontmoet. $A\hat{F}B = 2x$, $D\hat{A}B = 3x$ en $A\hat{E}D = x$.



Bepaal, met redes, die waarde van x. (6)
[16]

VRAAG 9

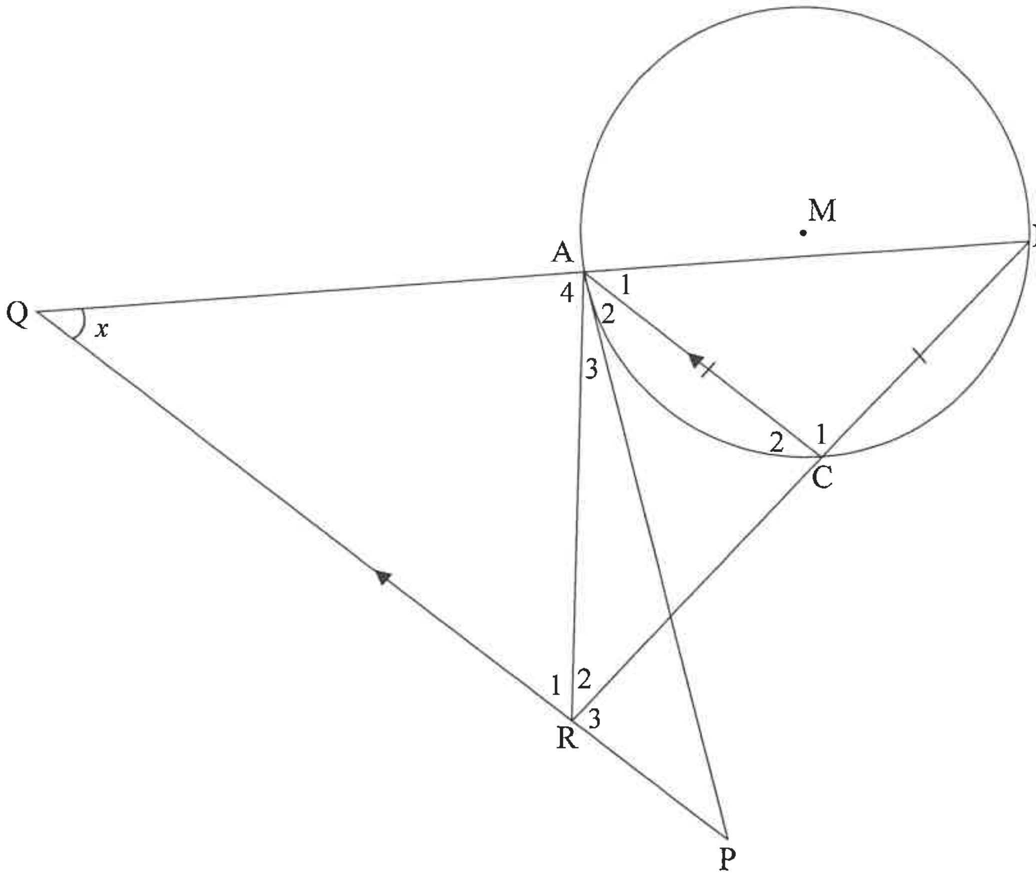
9.1 In die diagram is ABC 'n driehoek. D en E is punte op sy AB en AC onderskeidelik, sodanig dat $DE \parallel BC$.



Gebruik die diagram hierbo om die stelling te bewys wat beweer dat 'n lyn wat ewewydig aan een sy van 'n driehoek getrek word, die ander twee sye eweredig verdeel, dus bewys dat $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$. (6)

9.2 In die diagram is M die middelpunt van die sirkel. A, B en C is punte op die sirkel sodanig dat AC = BC. PA is 'n raaklyn aan die sirkel by A. PQ is ewewydig aan CA getrek en ontmoet BA verleng by Q. BC verleng ontmoet PQ by R en AR is getrek.

Stel $\hat{Q} = x$.



9.2.1 Bepaal, met redes, VIER ander hoeke wat ELK aan x gelyk is. (6)

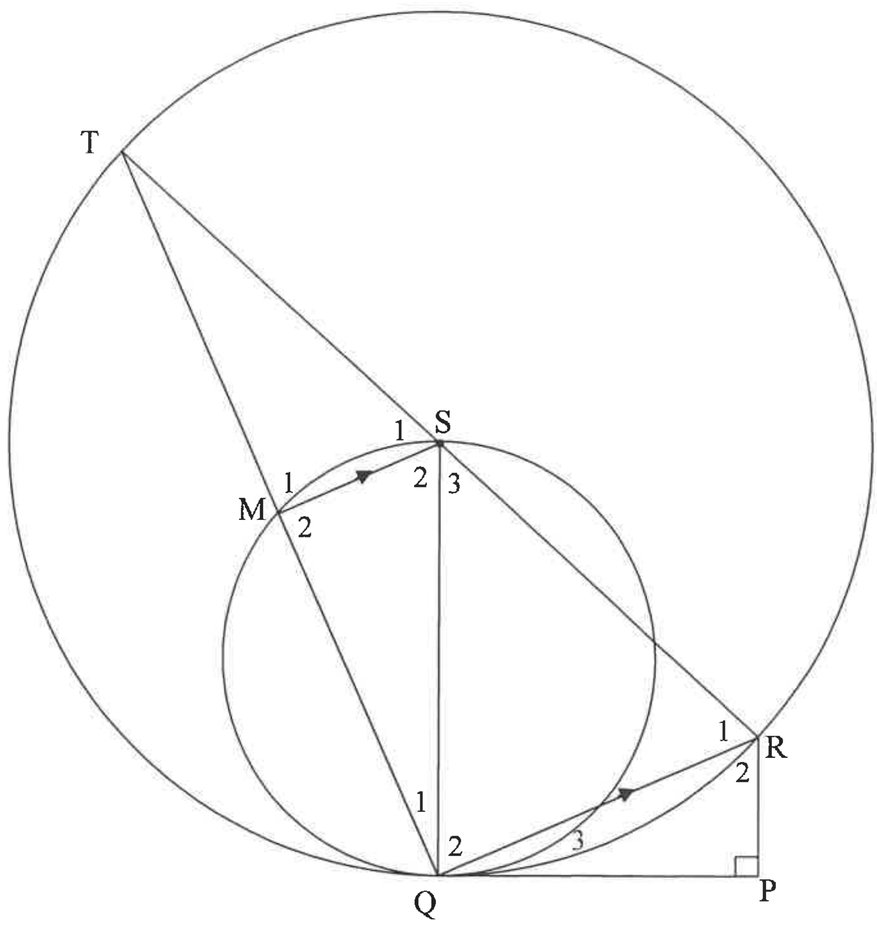
9.2.2 Bewys dat ABPR 'n koordevierhoek is. (2)

9.2.3 Bewys dat $\dfrac{BA}{BQ} = \dfrac{BC}{QR}$. (3)

[17]

VRAAG 10

In die diagram is TSR 'n middellyn van die groter sirkel met middelpunt S. Koord TQ van die groter sirkel sny die kleiner sirkel by M. PQ is 'n gemeenskaplike raaklyn aan die twee sirkels by Q.
SQ is getrek.
RP ⊥ PQ en MS || QR.



10.1 Bewys, met redes, dat:

10.1.1 SQ die middellyn van die kleiner sirkel is (3)

10.1.2 $RT = \frac{RQ^2}{RP}$ (6)

10.2 As MS = 14 eenhede en $PQ = \sqrt{640}$ eenhede, bereken, met redes, die lengte van die radius van die groter sirkel. (6)

[15]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $\quad$ $A = P(1 - ni)$ $\quad$ $A = P(1 - i)^n$ $\quad$ $A = P(1 + i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}[2a + (n-1)d]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1 - r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

area $\Delta ABC = \frac{1}{2} ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha\cos\beta - \cos\alpha\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$$

$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou