Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2019

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

MATHA2

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, 1 inligtingsblad en 'n antwoordeboek van 25 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy kan ŉ goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbare en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die tabel hieronder toon die hoogte, in meter, van 80 kameelperde aan.

Hoogte in m	Frekwensie
$4,6 \leq h < 4,8$	4
$4,8 \leq h < 5,0$	7
$5,0 \leq h < 5,2$	15
$5,2 \leq h < 5,4$	33
$5,4 \leq h < 5,6$	17
$5,6 \leq h < 5,8$	4

[Prent uit *Stuff You Should Know*]

1.1 Bereken die beraamde gemiddelde hoogte van die kameelperde. (2)

1.2 Die hoogte omvang van $4,8 \leq h < 5,0$ m, het geheel en al uit 7 jong manlike kameelperde bestaan. Die gemiddelde hoogtes van die 7 jong manlike kameelperde was as 4,86 m bereken. Daar is egter waargeneem dat die hoogte van een van die jong manlike kameelperde verkeerdelik as 4,98 m aangeteken is, maar moes 4,89 m gewees het. Bereken die nuwe gemiddelde van die 7 jong manlike kameelperde. (3)

1.3 Sou jy verwag dat die standaardafwyking van die individuele hoogtes van die 80 kameelperde, meer of minder as die standaardafwyking van die individuele hoogtes van die 7 jong manlike kameelperde sal wees? Verduidelik jou antwoord. (2)

[7]

VRAAG 2

Soliede stukke kakao word gebruik om sjokolade te maak. ’n Student is besig om die verwantskap tussen die persentasie soliede kakao in ’n 100 g-sjokoladeblok en die prys van die blok (in rand) te ondersoek. Die data verkry word in die tabel hieronder getoon.

Sjokolade-handelsmerk	A	B	C	D	E	F	G	H
x (% van kakao)	10	20	30	35	40	50	60	70
y (prys in rand)	6,50	10,20	9,40	24,00	11,20	16,80	20,50	24,20

2.1 Gebruik die rooster in die ANTWOORDEBOEK om hierdie data in ’n spreidiagram voor te stel. (2)

2.2 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate regressielyn vir hierdie data. (3)

2.3 Teken die kleinste-kwadrate regressielyn in die ANTWOORDEBOEK op dieselfde rooster wat vir VRAAG 2.1 gebruik is. (2)

2.4 Bereken die korrelasie-koëffisiënt vir die persentasie soliede kakao en die prys van die sjokoladeblok. (1)

2.5 Lewer kommentaar oor die verwantskap tussen die persentasie soliede kakao en die prys van die sjokoladeblok. (1)

2.6 Die student glo dat een van die sjokolade-handelsmerke te duur is.

2.6.1 Identifiseer die sjokolade-handelsmerk wat te duur is. (1)

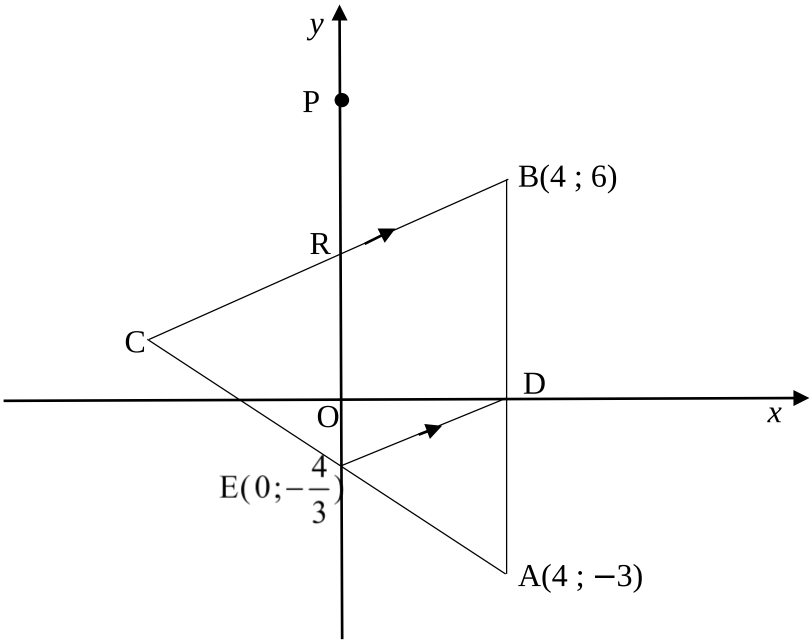
2.6.2 Beraam hoeveel meer hierdie sjokoladeblok te duur is. (3)

[13]

VRAAG 3

In die diagram hieronder is ΔABC getoon met koördinate van A (4; – 3) en B (4 ; 6) gegee. AB sny die x-as by D en AC sny die y-as by E.

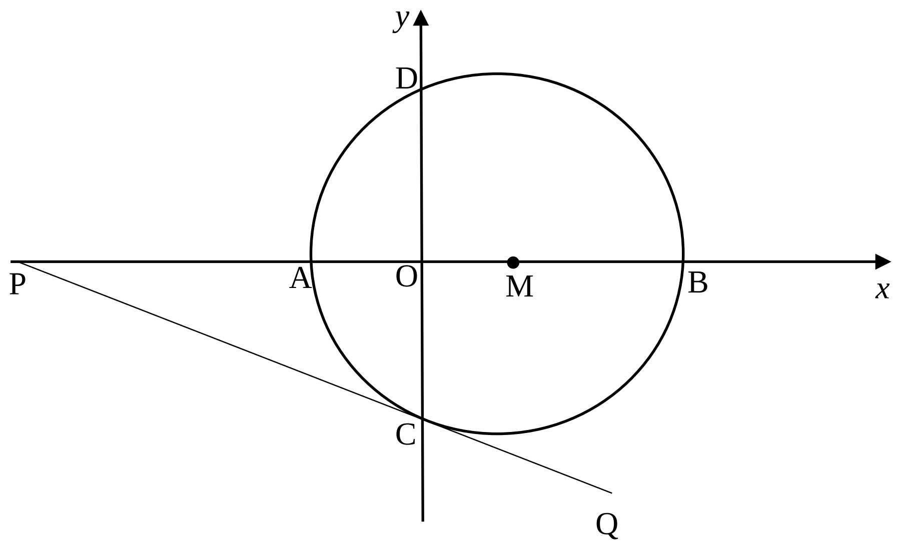
Die koördinate van E is $(0;-\frac{4}{3})$. BC sny die y-as by R. P is ’n punt op die y-as. DE ∥ BC.



3.1	Skryf die koördinate van D neer.	(1)
3.2	Bepaal die gradiënt van DE.	(2)
3.3	Bereken $P\hat{R}B$.	(4)
3.4	Bereken die lengte van DE in eenvoudigste wortelvorm.	(2)
3.5	Bepaal die verhouding AD : AB in eenvoudigste vorm.	(2)
3.6	Bereken, vervolgens of andersins, die lengte van BC.	(3)
3.7	Bepaal:	
	3.7.1 Die middelpunt van DE	(2)
	3.7.2 Die vergelyking van die middelloodlyn van DE in die vorm $y = mx + c$	(3)
3.8	Gaan hierdie middelloodlyn deur A? Bewys jou antwoord.	(2)
		[21]

VRAAG 4

Die diagram hieronder toon 'n sirkel met middelpunt M wat die *x*-as by A en B, en die *y*-as by D en C, sny. PCQ is 'n raaklyn aan die sirkel by C, die kontakpunt op die *y*-as. P lê op die *x*-as.
Die vergelyking van die sirkel is $x^2 + y^2 - 6x - 16 = 0$



4.1 Toon aan dat die koördinate van M, (3 ; 0) en dat die radius 5 eenhede is. (3)

4.2 Bepaal:

4.2.1 Die koördinate van B (3)

4.2.2 Die koördinate van C (2)

4.3 As die lengte van PM $8\frac{1}{3}$ eenhede is, bereken die lengte van PC. (3)

4.4 Bereken die hoek onderspan deur koord DC by B, d.w.s. vind $D\hat{B}C$. (4)

4.5 As die gegewe sirkel 2 eenhede na regs en 1 eenheid op geskuif word, bepaal die vergelyking van die raaklyn aan die sirkel in sy nuwe posisie wat deur punt C' gaan. (4)
[19]

VRAAG 5

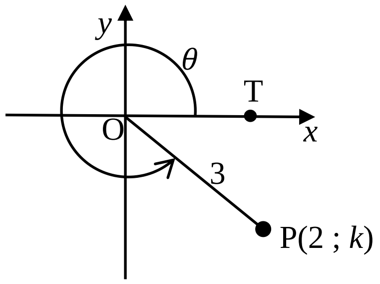
MOENIE 'N SAKREKENAAR VIR HIERDIE VRAAG GEBRUIK NIE.

5.1 Voltooi die volgende identiteite:

5.1.1 $\cos^2 A + \sin^2 A = \ldots$ (1)

5.1.2 $\cos^2 A - \sin^2 A = \ldots$ (1)

5.2 P(2; k) is 'n punt in die Cartesiese-vlak sodat OP = 3 eenhede en inspringende hoek $T\hat{O}P = \theta$, soos in die diagram hieronder getoon.



5.2.1 Bereken die waarde van k (laat jou antwoord in wortelvorm). (2)

5.2.2 Bepaal, vervolgens, die waarde van die volgende:

(a) $\tan(\theta - 180^\circ)$ (2)

(b) $\dfrac{1-\sin^2 2\theta}{1-2\sin^2\theta}$ (4)

5.3 Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van:

$\sin(-200^\circ).\cos 310^\circ + \tan(-135^\circ).\cos 380^\circ .\sin 230^\circ$ (6)

5.4 Bewys die volgende identiteit:

$\sin 2\theta + \cos(2\theta - 90^\circ) = 4\sin\theta\cos\theta$ (3)

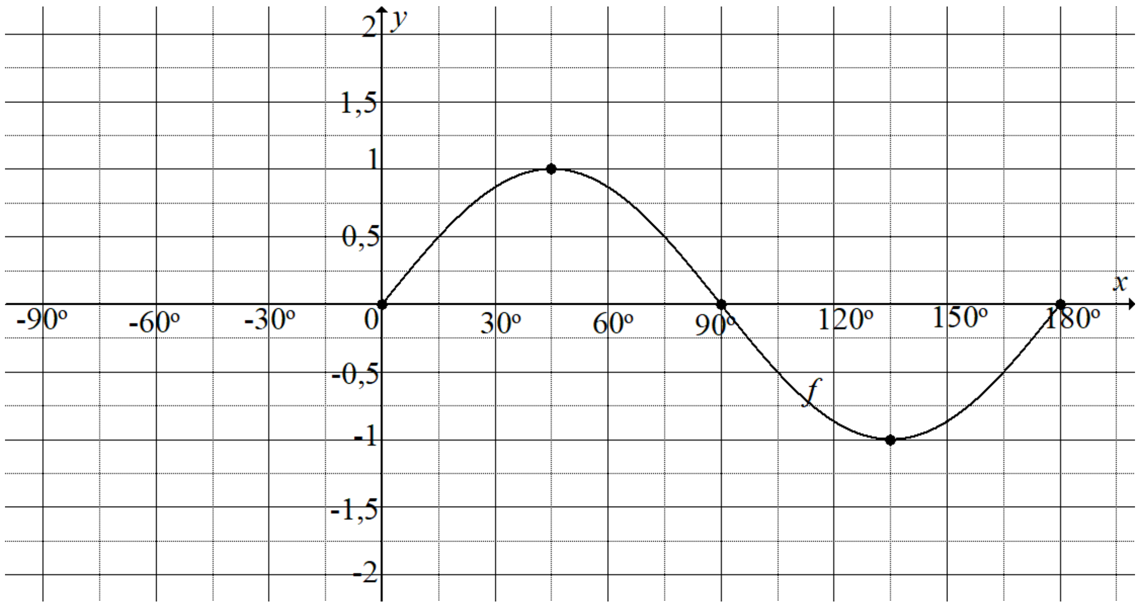
5.5 Los op vir x as:

$10^{\sin x} + 10^{\sin x + 1} = 110$ vir $-360^\circ \leq x \leq 360^\circ$ (5)

[24]

VRAAG 6

Die grafiek hieronder toon ’n gedeelte van die funksie $f\,(x) = \sin 2x$ vir $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$.



6.1 Voltooi, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK voorsien is, die grafiek van f vir die interval $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$. (1)

6.2 Teken, op dieselfde rooster, die grafiek van $g\,(x) = \cos(x - 30^\circ)$ vir die interval $-90^\circ \leq x \leq 180^\circ$. Dui die afsnitte met die asse, die koördinate van die draaipunte en die eindpunte van die grafiek, duidelik aan. (4)

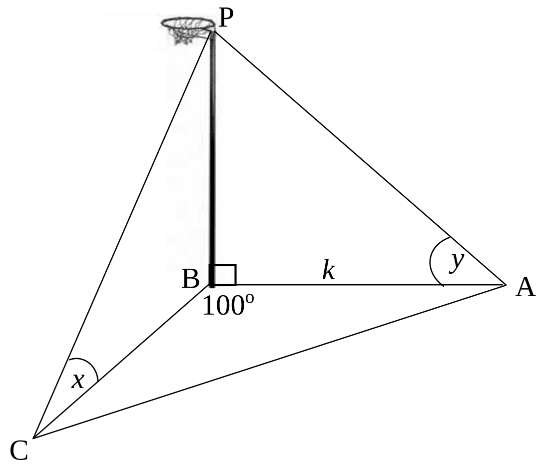
6.3 Bereken die oplossings tot die vergelyking:

$\sin 2x = \cos(x - 30^\circ)$ vir $-90^\circ \leq x \leq 90^\circ$ (6)

[11]

VRAAG 7

Die diagram hieronder toon ŉ vertikale netbalpaal PB. Speler A staan op die kantlyn van die baan en die hoogtehoek vanaf A na die bopunt van die paal is y^o.
ŉ Tweede speler staan in die baan by C, en die hoogtehoek vanaf C na P is x^o.
Punte A, B en C is in dieselfde horisontalevlak. BA is k meter; $A\hat{B}C = 100^o$.



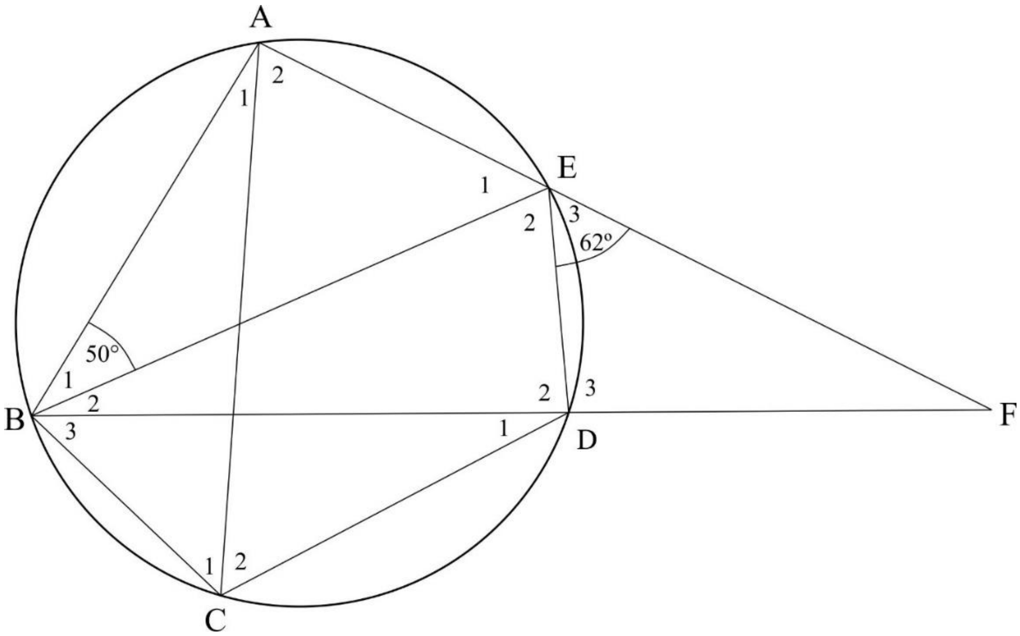
7.1 Toon aan dat $BC = \dfrac{k.\tan y}{\tan x}$ (3)

7.2 Bereken die lengte van AC as BC = 4,73 m en k = 3 m. (3)
[6]

Gee redes vir jou bewerings in VRAE 8, 9 en 10.

VRAAG 8

8.1 In die gegewe diagram is A, B, C, D en E die punte op die sirkel.
BE is 'n middellyn. $\hat{E}_3 = 62^o$ en $\hat{B}_1 = 50^o$.
BD verleng ontmoet AE verleng by F.



Bepaal, met redes:

8.1.1 $B\hat{A}E$ (2)

8.1.2 $\hat{E}_1$ (2)

8.1.3 $\hat{C}_1$ (2)

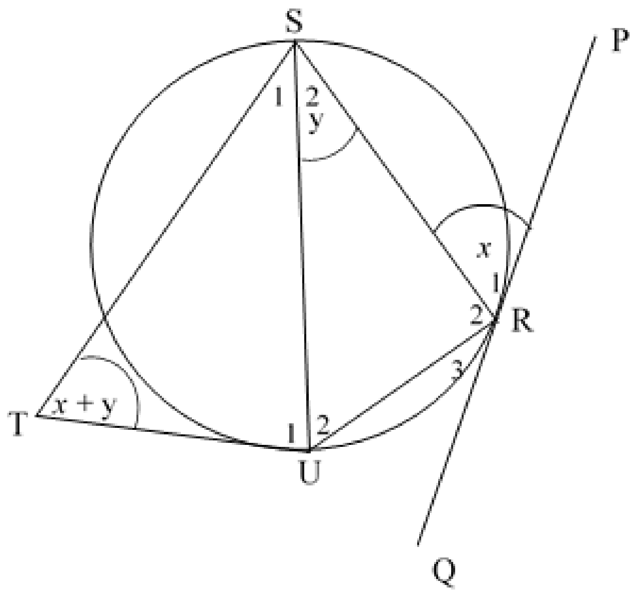
8.1.4 $\hat{C}_2$ (2)

8.1.5 $A\hat{B}D$ (2)

8.2 Voltooi die volgende stelling:

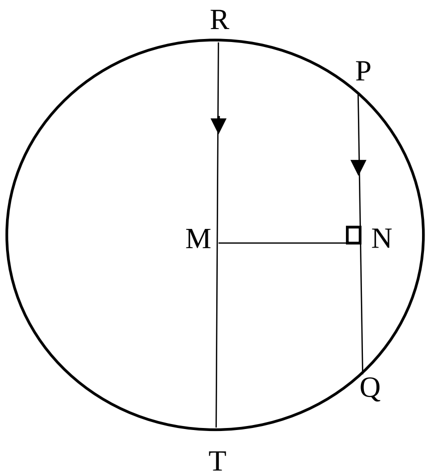
Die hoek tussen die raaklyn aan 'n sirkel en die koord wat vanaf die raakpunt geteken word … (1)

8.3 In die diagram hieronder is PRQ ’n raaklyn aan die sirkel SUR by R. SU, SR en UR is geteken. Lyne vanaf S en U verleng ontmoet by T buite die sirkel.
$\hat{R}_1 = x$; $\hat{S}_2 = y$ en $S\hat{T}U = x + y$



Bewys dat STUR ’n koordevierhoek is. (5)

8.4 Die diagram hieronder toon ’n sirkel met middelpunt M wat deur die punte R, P, Q en T gaan. RT is die middellyn. PQ is ’n koord sodat PQ ∥ RT en MN ⊥ PQ.
PQ = 16 eenhede, MN = 6 eenhede.

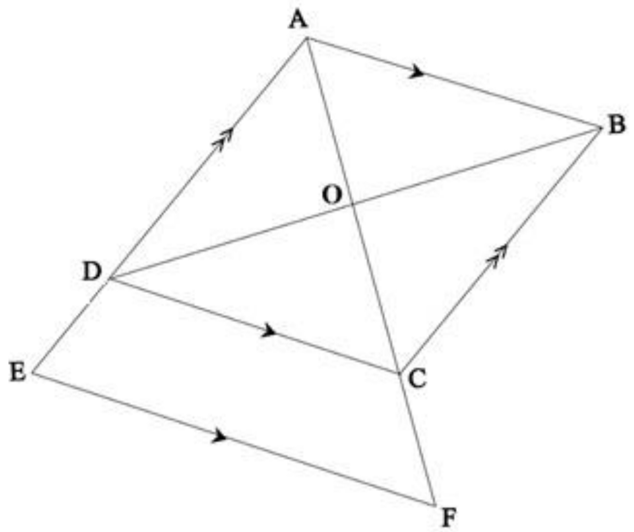


Bepaal die lengte van RT. (4)

[20]

VRAAG 9

In die diagram hieronder is ABCD 'n parallelogram. AD en AC is verleng na E en F onderskeidelik sodat EF ∥ DC. AF en DB sny by O.
AD = 12 eenhede; DE = 3 eenhede; DC = 14 eenhede; CF = 5 eenhede.



9.1 Bereken, met redes, die lengte van:

9.1.1 AC (3)

9.1.2 AO (1)

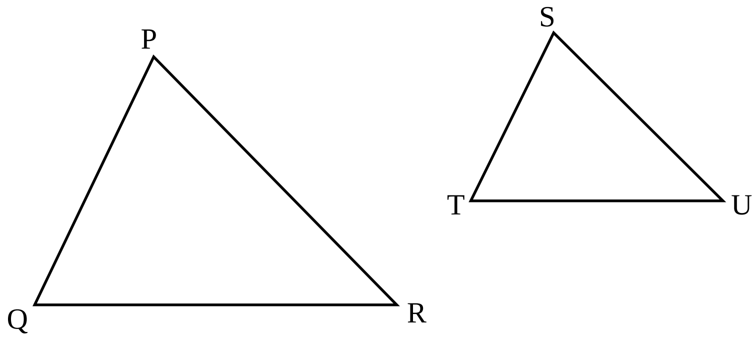
9.1.3 EF (3)

9.2 Bewys dat $\dfrac{\text{oppervlakte}\,\Delta ADO}{\text{oppervlakte}\,\Delta AEF}=\dfrac{8}{25}$ (3)

[10]

VRAAG 10

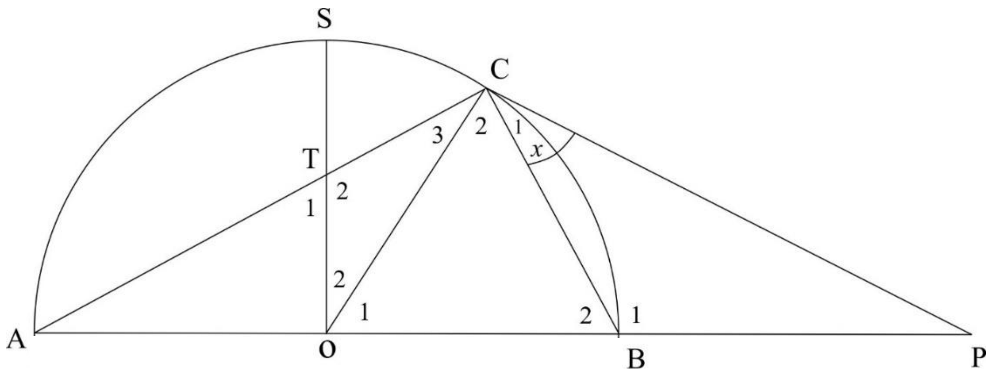
10.1 Vir die driehoeke hieronder getoon,



bewys dat as $\hat{P} = \hat{S}$ en $\hat{Q} = \hat{T}$ en $\hat{R} = \hat{U}$ dan is

$$\frac{ST}{PQ} = \frac{SU}{PR}$$ (6)

10.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van 'n semi-sirkel ACB. S is 'n punt op die omtrek en T lê op AC sodat STO ⊥ AB. Middellyn AB is verleng na P, sodat PC 'n raaklyn aan die semi-sirkel by C is. Laat $\hat{C}_1 = x$.



10.2.1 Skryf, met redes, 2 ander hoeke gelyk aan *x* neer. (3)

10.2.2 Bewys dat ΔTOC ||| ΔBPC (5)

10.2.3 Bewys dat TO.PC = OB.BP (2)

10.2.4 As BP = OB, toon aan dat $3OC^2 = PC^2$ (3)

[19]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1+ni)$ $\quad$ $A = P(1-ni)$ $\quad$ $A = P(1-i)^n$ $\quad$ $A = P(1+i)^n$

$T_n = a + (n-1)d$ $\quad$ $S_n = \frac{n}{2}\left[2a + (n-1)d\right]$

$T_n = ar^{n-1}$ $\quad$ $S_n = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r-1}$; $r \neq 1$ $\quad$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}$; $-1 < r < 1$

$F = \frac{x\left[(1+i)^n - 1\right]}{i}$ $\quad$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $\quad$ $\mathrm{M}\left(\frac{x_1 + x_2}{2} ; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $\quad$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $\quad$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $\quad$ $m = \tan\theta$

$$(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$$

InΔABC: $\quad$ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$

$area\,\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\quad$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\quad$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\quad$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \bar{x}\right)^2}{n}$

$\mathrm{P(A)} = \frac{n(\mathrm{A})}{n(\mathrm{S})}$ $\quad$ P(A of B) = P(A) + P(B) – P(A en B)

$\hat{y} = a + bx$ $\quad$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$