



**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**SEPTEMBER 2022**

**WISKUNDE V2**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

---

Hierdie vraestel bestaan uit 14 bladsye, insluitend 'n 1-bladsy inligtingsblad,  
en 'n 18-bladsy antwoordeboek.

---

**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts, wat jy in die beantwoording van die vrae gebruik, duidelik aan.
4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.
5. Jy kan 'n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.
6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. 'n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.
9. Skryf netjies en leesbaar.

**VRAAG 1**

'n Honderd atlete het aan 'n verspring-kompetisie deelgeneem. Die afstand, in sentimeter, van hulle beste spronge is in die tabel hieronder opgesom.

<b>Afstand van Spronge (in cm)</b>	<b>Aantal atlete</b>
$420 < d \leq 460$	6
$460 < d \leq 500$	14
$500 < d \leq 540$	16
$540 < d \leq 580$	42
$580 < d \leq 620$	14
$620 < d \leq 660$	2
$660 < d \leq 700$	3
$700 < d \leq 740$	2
$740 < d \leq 780$	1

- 1.1 Voltooi die kummulatiewe frekwensiekolom in jou ANTWOORDEBOEK. (2)
- 1.2 Teken 'n ogief (kummulatiewe frekwensiekurve), in jou ANTWOORDEBOEK, om die bostaande inligting voor te stel. (4)
- 1.3 Gebruik jou grafiek om die mediaan sprong van die kompetisie te beraam. (2)
- 1.4 Watter persentasie van die atlete het oor 560 cm gespring? (2)

**[10]**

**VRAAG 2**

Die volgende tabel toon 'n vergelyking van afstande (sentimeters) wat deur 6 verspringers gespring is en die ure wat hulle per week spandeer om hulle spronge te oefen.

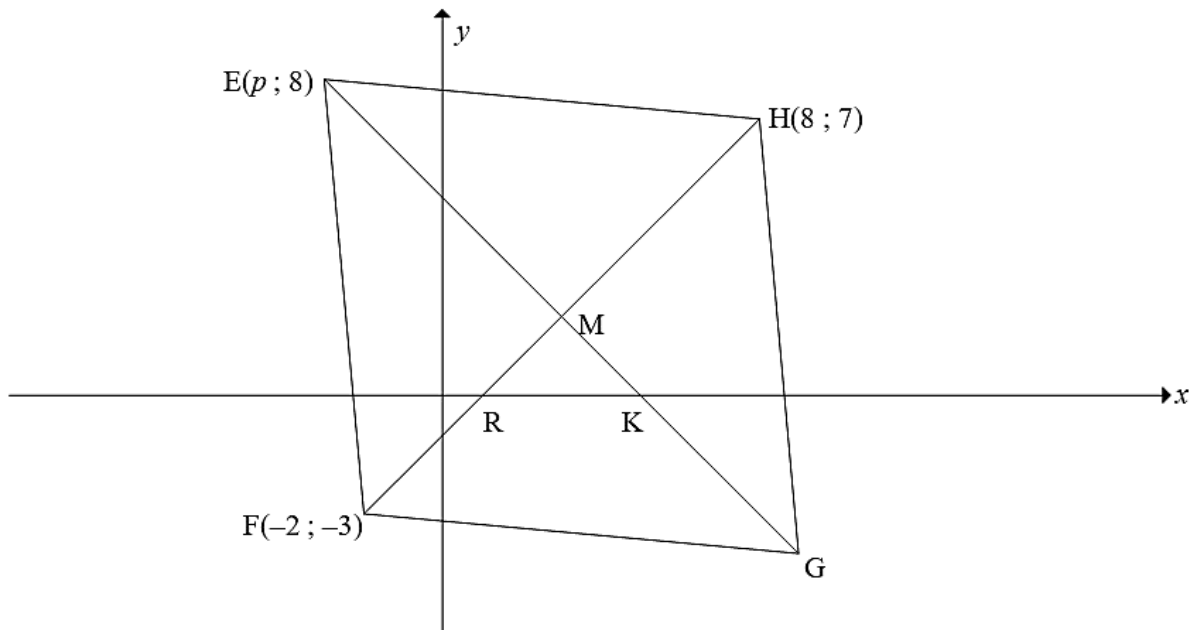
Verspringer	1	2	3	4	5	6
x: Ure geoefen	4,5	2	3,5	4	8	3
y: Afstand gespring (cm)	650	420	580	490	780	525

- 2.1 Bepaal die vergelyking van die kleinstekwadrate-regressielyn vir die data. (3)
- 2.2 Voorspel/Beraam die afstand wat deur 'n verspringer gespring word, wat 5,4 ure geoefen het. (2)
- 2.3 Lewer kommentaar oor die geldigheid van jou antwoord in VRAAG 2.2. Motiveer jou antwoord. (2)
- 2.4 Aan die einde van die verspring-item het hulle ontdek dat die maatband wat gebruik was stukkend is, en al die afstande was met 13 cm verminder. Hoe beïnvloed dit die:
- 2.4.1 Gemiddelde sprong van die item? (1)
- 2.4.2 Omvang van die spronge vir hierdie item? (1)
- 2.4.3 Standaardafwyking? (1)

**[10]**

**VRAAG 3**

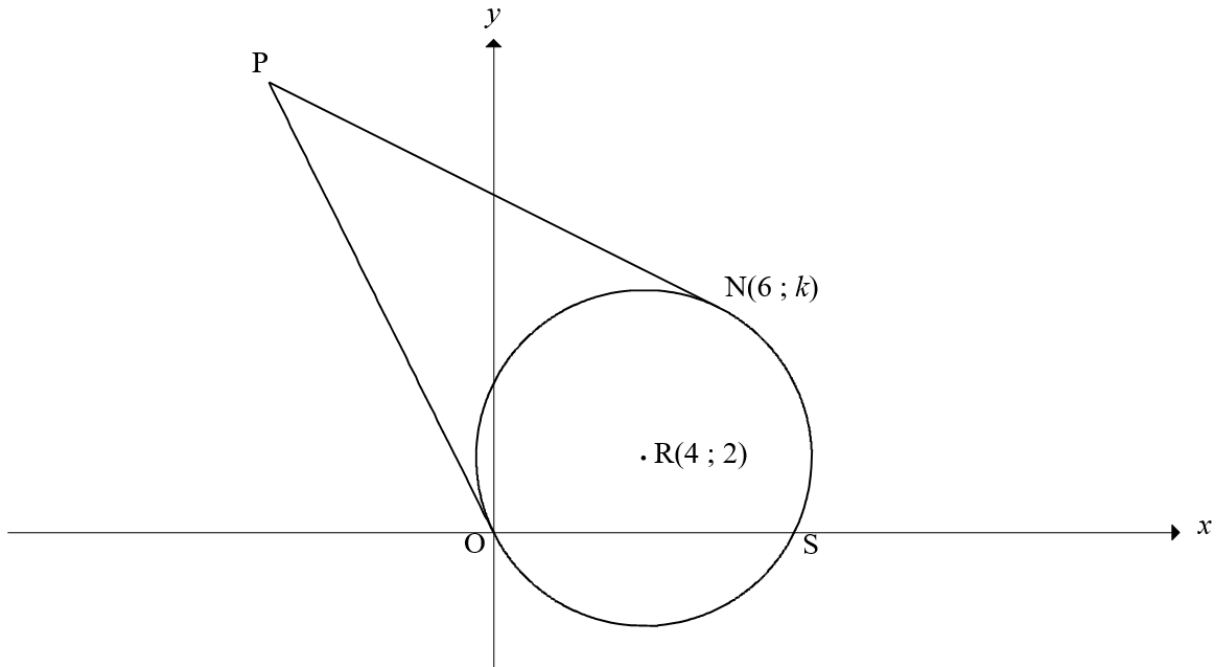
In die diagram hieronder, is  $E(p; 8)$ ,  $F(-2; -3)$ ,  $G$  en  $H(8; 7)$  die hoekpunte van ruit/rombus EFGH. Die hoeklyne EG en HF sny by M en sny die  $x$ -as by K en R onderskeidelik.



- 3.1 Bereken die:
- 3.1.1 Koördinate van M (2)
- 3.1.2 Gradiënt van FH (2)
- 3.1.3 Grootte van  $\widehat{MKR}$  (4)
- 3.2 Gebruik die eienskappe van 'n ruit/rombus om die waarde van  $p$  te bereken. (4)
- 3.3 Bereken die koördinate van G. (2)
- 3.4 Die ruit/rombus word in die lyn  $x = -3$  gereflekteer. N is die beeld van M na die refleksie. Bereken die lengte van MN. (3)
- [17]

## VRAAG 4

In die diagram hieronder, gaan 'n sirkel met middelpunt  $R(4; 2)$  deur die oorsprong  $O$ ,  $S$  en  $N(6; y)$ . Raaklyne word vanaf  $P$ , 'n punt buite die sirkel, na  $O$  en  $N$  geteken.



- 4.1 Bepaal die vergelyking van die sirkel in die vorm  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$ . (3)
- 4.2 Bereken die waarde van  $k$ . (4)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van  $NP$  in die vorm  $y = mx + c$ . (5)
- 4.4 Dit word verder gegee dat die vergelyking van  $OP$ ,  $y = -2x$  is.

Bereken die:

- 4.4.1 Koördinate van  $P$  (3)
- 4.4.2 Omtrek van  $PNRO$  (4)
- 4.5 'n Ander sirkel, met  $T$  as middelpunt, word geteken en raak die sirkel met middelpunt  $R$  uitwendig by  $S$ . Die radiusse se lengtes van albei sirkels is gelyk. Bepaal die koördinate van  $T$ . (4)

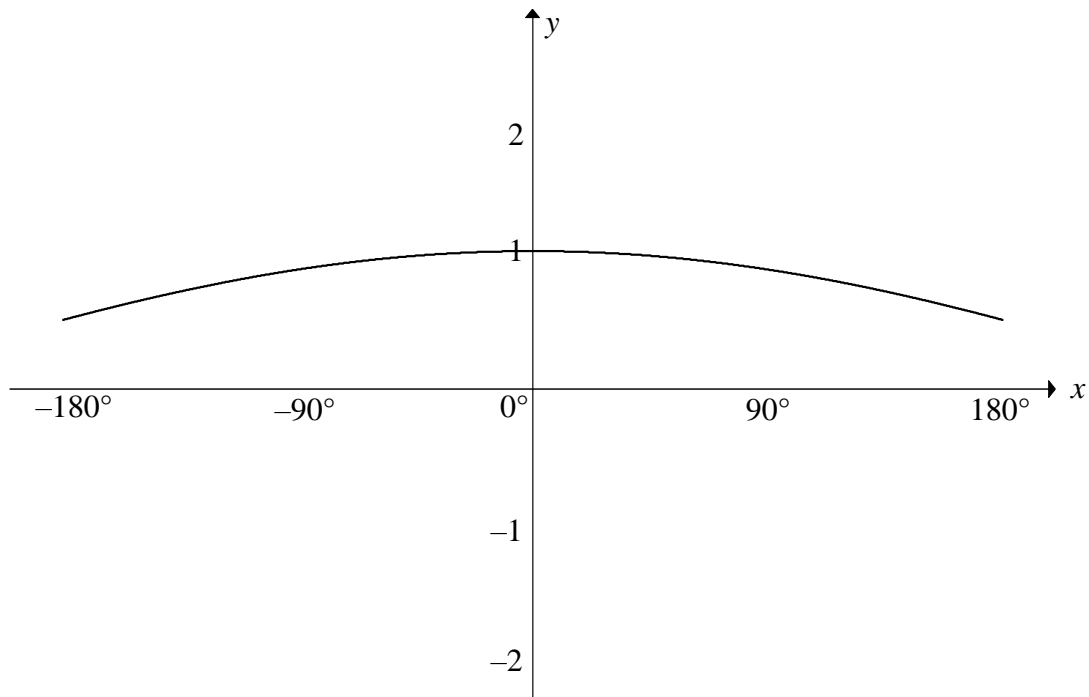
[23]

**VRAAG 5**

- 5.1 Gegee dat:  $\cos 26^\circ = p$   
Druk elk van die volgende in terme van  $p$  uit, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**.
- 5.1.1  $\sin 26^\circ$  (2)
- 5.1.2  $\tan 154^\circ$  (3)
- 5.1.3  $\sin 13^\circ \cdot \cos 13^\circ$  (2)
- 5.2 Bepaal, **sonder die gebruik van 'n sakrekenaar**, die waarde van die volgende uitdrukkings:
- 5.2.1  $\frac{\cos(-\theta) \cdot \tan(180^\circ + \theta)}{2 \cos(90^\circ + \theta)}$  (5)
- 5.2.2  $1 + 2 \cos 105^\circ \cdot \sin 15^\circ$  (4)
- 5.3 Beskou:  $\frac{1 - \cos 2x - \sin x}{\sin 2x - \cos x} = \tan x$
- 5.3.1 Bewys die identiteit. (4)
- 5.3.2 Vir watter waarde(s) van  $x$ , in die interval  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ , is die identiteit nie geldig nie? (3)
- 5.4 Bepaal die algemene oplossing van:  $\sin^2 x + 2 \sin x \cos x = 3 \cos^2 x$ . (7)
- [30]**

## VRAAG 6

Hieronder is die grafiek van  $f(x) = \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ , in die interval  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$  geskets.



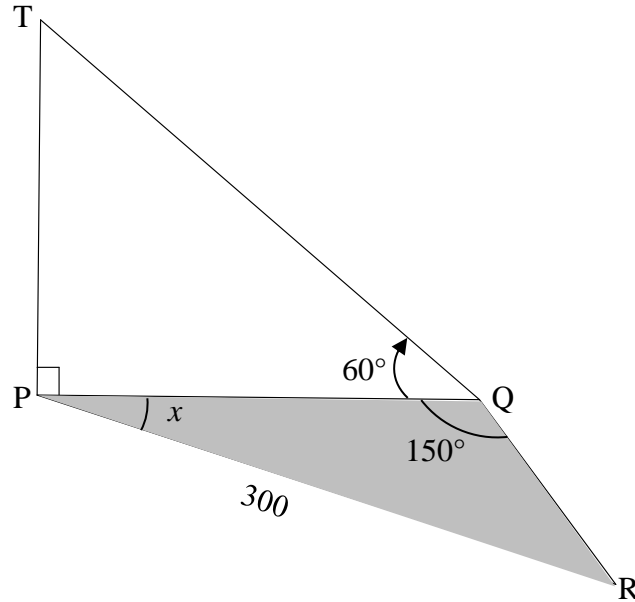
- 6.1 Teken, op die rooster wat in die ANTWOORDEBOEK gegee is, die grafiek van  $g(x) = \sin x + 1$ , toon duidelik aan ALLE afsnitte met die asse sowel as die koördinate van alle draaipunte. (3)
- 6.2 Skryf neer die:
- 6.2.1 Periode van  $f$  (1)
- 6.2.2 Terrein van  $g(x) - 3$  (2)
- 6.3 Bepaal die maksimum afstand van  $g(x) - h(x)$ , waar  $h$  'n refleksie van  $g$  in die  $x$ -as is, in die interval  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$ . (2)
- 6.4 Vir watter waardes van  $x$  in die interval  $x \in [-180^\circ; 180^\circ]$  sal  $f(x) \cdot g'(x) > 0$ ? (2)
- 6.5 Die grafiek van  $g$  ondergaan 'n transformasie om 'n nuwe grafiek  $k(x) = \sin(x - 15^\circ)$  te vorm. Beskryf, in woorde, die transformasie vanaf  $g$  na  $k$ . (2)

[12]



## VRAAG 7

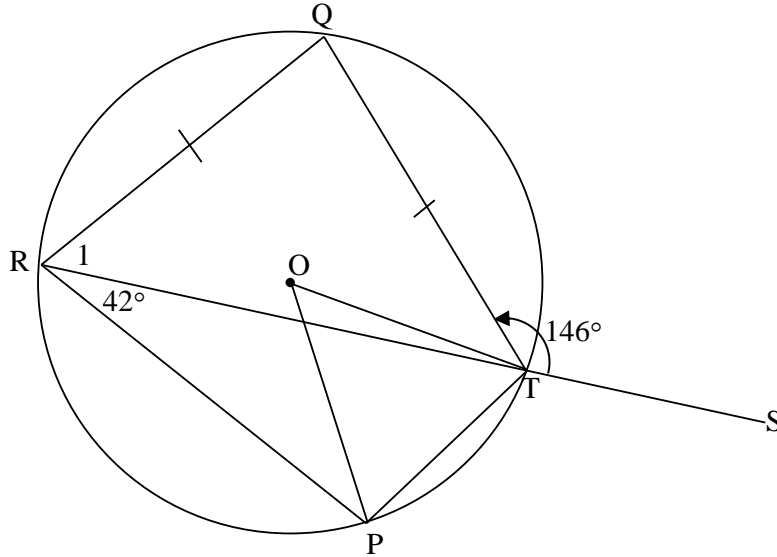
In die diagram hieronder, stel TP die hoogte van 'n gebou voor. Die voet van die gebou, P en die punte Q en R is in dieselfde horisontale vlak. Die hoogtehoek vanaf Q na die bopunt van die gebou is  $60^\circ$ .  $\widehat{PQR} = 150^\circ$ ,  $\widehat{QPR} = x$  en die afstand tussen P en R is 300 meter.



- 7.1 Skryf  $\widehat{R}$  in terme van  $x$  neer. (1)
- 7.2 Bepaal die lengte van  $PQ$  in terme van  $x$ . (3)
- 7.3 Toon, vervolgens, aan dat:  $TP = 300\sqrt{3}(\cos x - \sqrt{3}\sin x)$  (4)
- [8]**

## VRAAG 8

In die diagram is  $PRQT$  'n koordevierhoek in die sirkel met  $QR = QT$ . Koord  $RT$  is verleng na  $S$  en radiusse  $OP$  en  $OT$  is geteken.  $\widehat{PRT} = 42^\circ$  en  $\widehat{QTS} = 146^\circ$ .



Bepaal, met redes, die grootte van die volgende hoeke:

8.1  $\widehat{POT}$  (2)

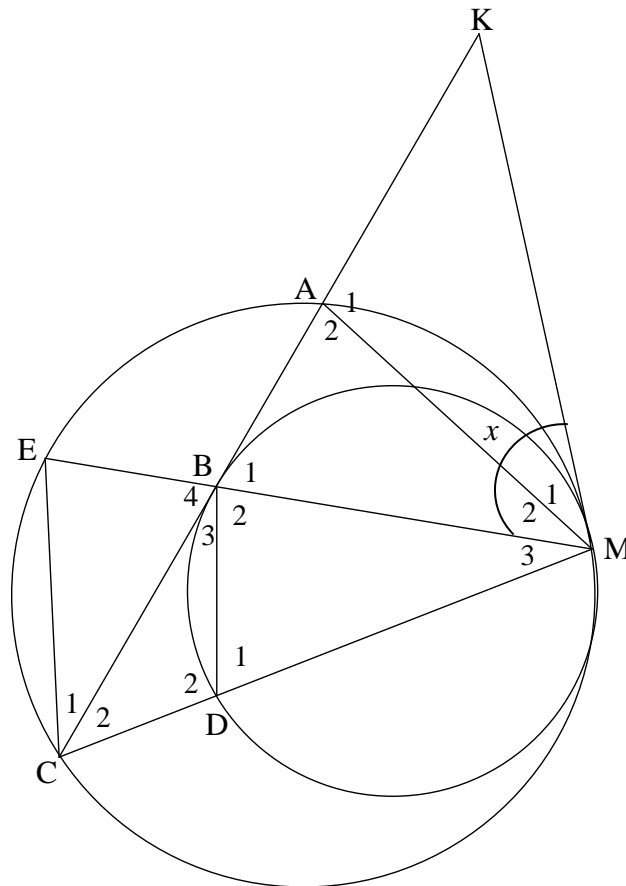
8.2  $\hat{R}_1$  (2)

8.3  $\widehat{RPT}$  (3)

[7]

**VRAAG 9**

In die diagram raak die twee sirkels mekaar intern by M. MK is 'n gemene raaklyn aan die sirkels. A, E en C is punte op die groter sirkel en B en D is punte op die kleiner sirkel. Koord CA is verleng om die raaklyn by K te ontmoet.  $\triangle MEC$  is geteken. CA en EM ontmoet by B. KB is 'n raaklyn aan die kleiner sirkel by B. D is 'n punt op CM. AM en BD is geteken. Laat  $\widehat{KMB} = x$ .



9.1 Noem, met redes, VIER ander hoeke, elk gelyk aan  $x$ . (5)

9.2 Bewys, met redes, dat:

9.2.1  $BD \parallel EC$  (2)

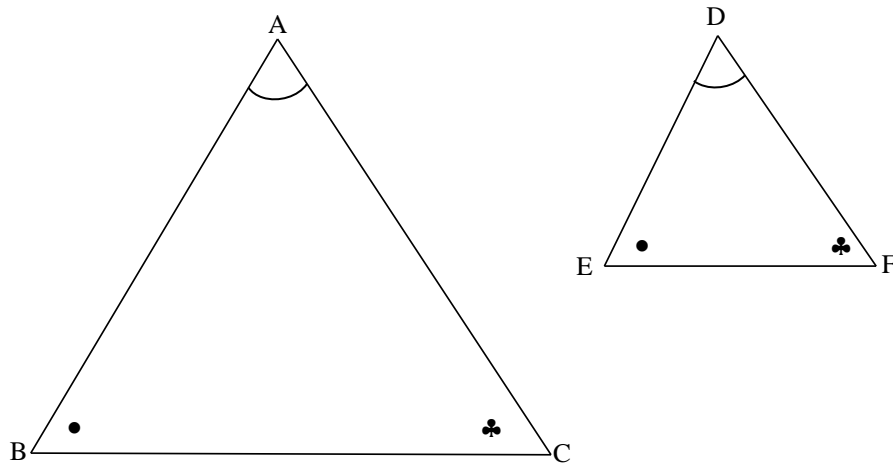
9.2.2  $\widehat{A}_2 = \widehat{B}_2$  (3)

9.2.3  $ME \times MD = MC \times MB$  (2)

[12]

## VRAAG 10

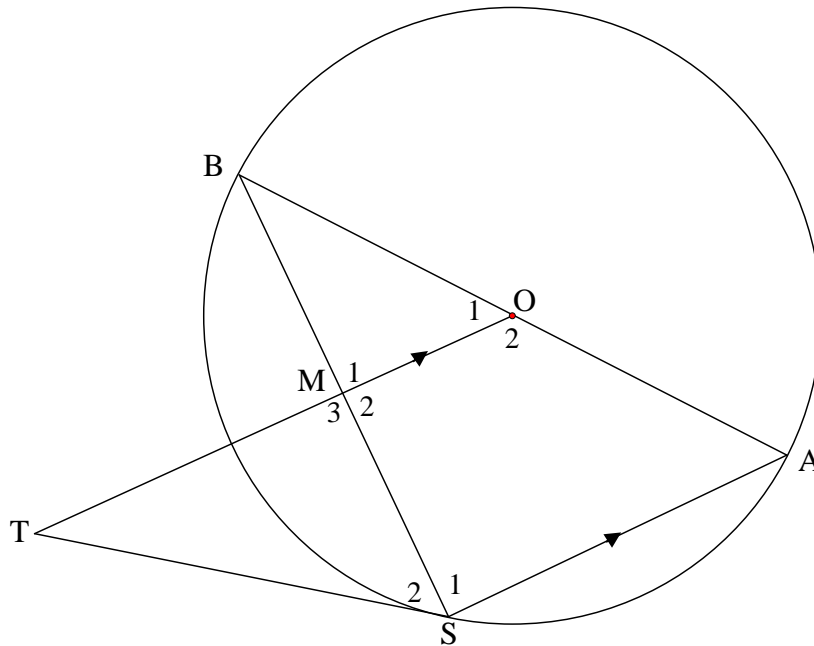
10.1 In die diagram hieronder is  $\triangle ABC$  en  $\triangle DEF$  gegee sodat  $\hat{A} = \hat{D}$ ,  $\hat{B} = \hat{E}$  en  $\hat{C} = \hat{F}$ .



Bewys die stelling wat meld dat as twee driehoeke gelykhoekig is, dan is hulle syeweredig, d.w.s. bewys dat:  $\frac{DE}{AB} = \frac{DF}{AC}$

(6)

10.2 In die diagram is AB 'n middellyn van die sirkel met middelpunt O.  $\triangle ABS$  is geteken met S 'n punt op die sirkel. M is 'n punt op BS en OM is verleng na T sodat  $AS \parallel OM$ . TS is geteken sodat BOST 'n koordevierhoek is.



Bewys, met redes, dat:

10.2.1 TS 'n raaklyn aan die sirkel by S is (4)

10.2.2 TS die middellyn van die sirkel is wat deur punte T, M en S gaan (5)

10.2.3  $\triangle ABS \parallel \triangle STM$  (3)

10.2.4  $AS \cdot MT = 2SM^2$  (3)

[21]

**TOTAAL: 150**

## INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \quad T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r}; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad \sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta \quad \cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$