Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2022

WISKUNDE V1

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 12 bladsye, insluitend 'n inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies sorgvuldig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit ELF vrae. Beantwoord AL die vrae.

2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.

3. Jy mag ŉ goedgekeurde sakrekenaar (nieprogrammeerbaar en niegrafies) gebruik, tensy anders aangedui.

4. Volpunte sal NIE noodwendig aan slegs antwoorde toegeken word NIE.

5. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.

6. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

7. Nommer jou antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.

8. ŉ Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x:

1.1.1 $x^2 + 4x - 21 = 0$ (2)

1.1.2 $x(2x-7) = 3$ (korrek tot TWEE desimale plekke) (4)

1.1.3 $(2x+3)(x+1) < 6$ (4)

1.1.4 $2\sqrt{x} + x = 3$ (5)

1.2 Los gelyktydig op vir x en y:

$2y + x + 3 = 0$ en $x^2 + y^2 + 2xy = 1$ (6)

1.3 Dit word gegee dat $K^{\frac{1}{x}} = 3$, $K^{\frac{1}{y}} = 4$ en $K^{\frac{1}{w}} = 12$.

Bewys dat $w = \dfrac{xy}{x+y}$. (4)

[25]

VRAAG 2

2.1 ’n Rekenkundige reeks het ’n gemene verskil van 4. $(3x-1)$ en $(2x+8)$ is onderskeidelik die vierde en sewende terme van die reeks.

2.1.1 Bepaal die waarde van x. (3)

2.1.2 Bereken die:

(a) Eerste term van die reeks (3)

(b) Som van die eerste 42 terme van die reeks (3)

2.2 Die eerste term van ’n kwadratiese getalpatroon is 61. $T_k = 4k - 26$ vorm die eerste verskille van die kwadratiese getalpatroon.

2.2.1 Skryf die tweede en derde terme van die kwadratiese getalpatroon neer. (2)

2.2.2 As die n^{de} term van die kwadratiese getalpatroon gegee word deur $T_n = 2n^2 - 28n + 87$, bereken die waarde van die kleinste term. (3)

2.2.3 ’n Konstante k word by T_n getel sodat al die terme van die kwadratiese getalpatroon positief word. Bepaal die waardes van k. (2)

[16]

VRAAG 3

3.1 Gegee dat: $p = 0,\dot{7} = 0,777777...$

3.1.1 Skryf p as ’n meetkundige reeks neer. (1)

3.1.2 Stel die reeks in sigma-notasie voor. (3)

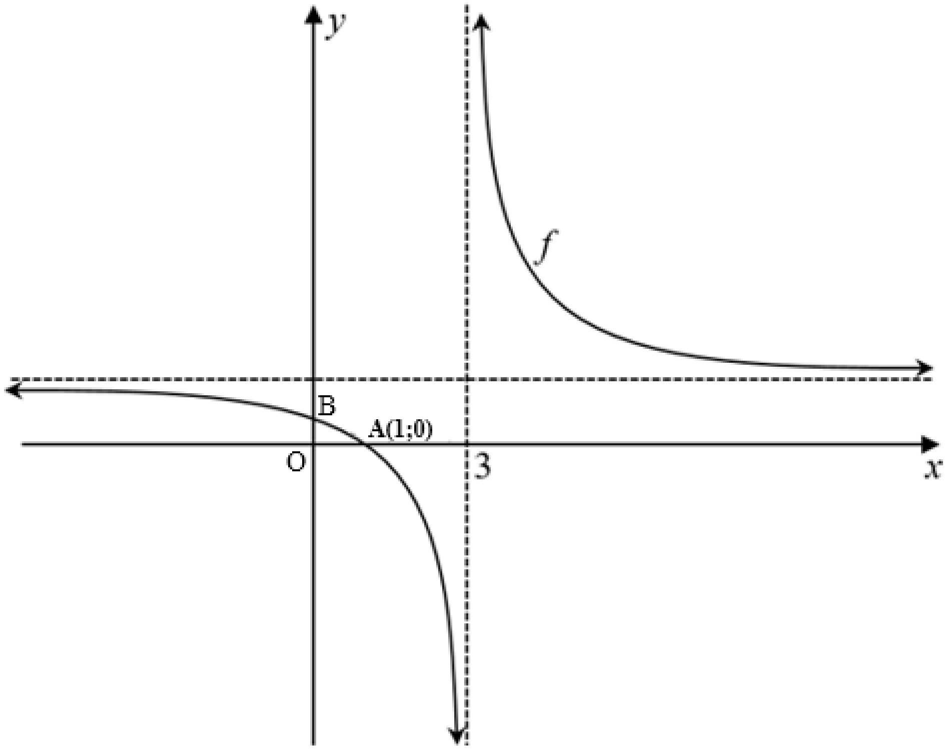
3.1.3 Bepaal die som tot oneindigend van die meetkundige reeks as ’n egte breuk. (2)

3.2 In ’n meetkundige ry is die som van die 9^{de} en 10^{de} terme is gelyk aan 6 maal die 8^{ste} term. Bepaal die waarde(s) van r, die gemene verhouding van die ry. (4)

[10]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is die grafiek van 'n hiperboliese funksie $f(x)=\dfrac{x+k}{x+p}$, waar k 'n konstante is, geteken. A(1;0) en B is onderskeidelik die x-afsnit en die y-afsnit van f. Die vertikale asimptoot gaan deur die x-as by 3.



4.1 Skryf die waarde van p neer. (1)

4.2 Bepaal die waarde van k. (2)

4.3 Bereken die koördinate van B. (2)

4.4 Bepaal die waardes van x waarvoor $x.f(x) \leq 0$. (3)

4.5 Herskryf die vergelyking van f in die vorm $f(x)=\dfrac{a}{x+p}+q$. (2)

[10]

VRAAG 5

Gegee die funksie: $f(x) = -3^x + 1$

5.1 Teken die grafiek van f in jou ANTWOORDEBOEK. Toon die afsnitte met die asse sowel as die asimptoot van die grafiek duidelik aan. (3)

5.2 Skryf die terrein van f neer. (2)

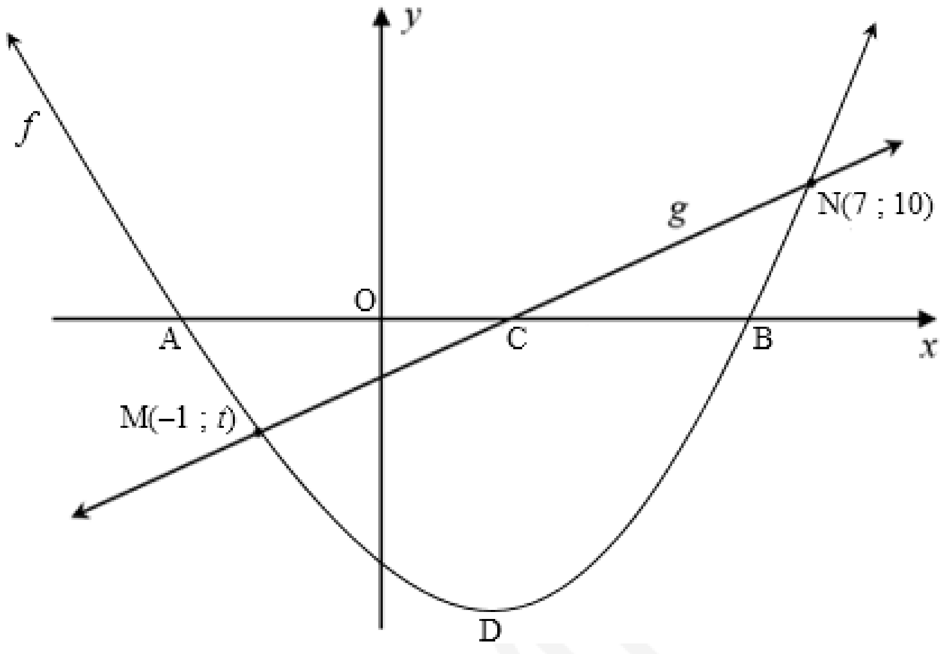
5.3 Bepaal die vergelyking van die asimptoot van g, gegee dat $g(x) = -f(x)$. (2)

5.4 Indien g, 1 eenheid opwaarts geskuif word om ’n nuwe funksie h te gee, bepaal die vergelyking van h^{-1}, die inverse van h in die vorm $y = ...$ (3)

[10]

VRAAG 6

Die diagram hieronder toon die grafieke van $f(x) = x^2 - 4x - 11$ en $g(x) = f^{/}(x)$. A en B is die x-afsnitte van f en C die x-afsnit van g. D is die draaipunt van f. f en g sny by M$(-1\ ;\ t)$ en N$(7\ ;\ 10)$.



6.1 Bereken die:

6.1.1 Koördinate van D (3)

6.1.2 Afstand CN (4)

6.2 Vir watter waarde(s) van x, is:

6.2.1 $f(x) < g(x)$? (2)

6.2.2 $g(x) - f(x)$ 'n maksimum? (4)

[13]

VRAAG 7

7.1 Corniel het ’n roomysmasjien, wat teen 17% p.j. op die verminderde saldo-metode afneem, gekoop. Die waarde van die masjien het, oor ’n periode van 4 jaar, tot ’n boekwaarde van R27 763,12 afgeneem. Wat was die oorspronklike prys van die masjien? (2)

7.2 Nadat hy sy studies voltooi het, besluit Lubabalo om geld te spaar om vir homself ’n kar kontant te koop. Hy wil oor ’n periode van 7 jaar R300 000 spaar deur gelyke maandelikse deposito’s in ’n spaarrekening te maak, wat rente van 8,6% p.j. maandeliks saamgestel betaal. Hoeveel moet hy per maand deponeer as hy sy doel wil bereik? (3)

7.3 Yolanda het ’n verbandlening om ’n huis te koop verkry. Sy moes maandeliks R8 901,96 betaal en sy was rente van 10,4% per jaar maandeliks saamgestel gehef. Haar betalingsperiode was 25 jaar en haar eerste betaling was gemaak aan die einde van die eerste maand nadat sy die lening gemaak het.

7.3.1 Bereken die totale waarde van die verbandlening (tot die naaste rand) wat Yolanda benodig het. (3)

7.3.2 Na 204 betalings kon Yolanda bekostig om verder slegs R7 500 per maand te betaal.

(a) Bepaal die uitstaande balans na die 204^{de} betaling. (3)

(b) Hoe lank het dit vir Yolanda geneem om die uitstaande balans op te betaal, as sy toegelaat was om die nuwe paaiement te betaal? (4)

[15]

VRAAG 8

8.1 Bepaal $f^{/}(x)$ vanuit eerste beginsels as $f(x) = x - 3x^2$. (5)

8.2 Bepaal:

8.2.1 $D_x\left[3x^4 - \dfrac{4}{x^2}\right]$ (3)

8.2.2 $\dfrac{dy}{dx}$ as $y = a^2x + 6\sqrt{x}$ (3)

[11]

VRAAG 9

Gegee: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

9.1 Bereken die koördinate van die draaipunte van f. (4)

9.2 Bereken die x-afsnitte van f. (3)

9.3 Bepaal die waardes van x waarvoor f:

9.3.1 Afneem (2)

9.3.2 Konkaaf af sal wees (3)

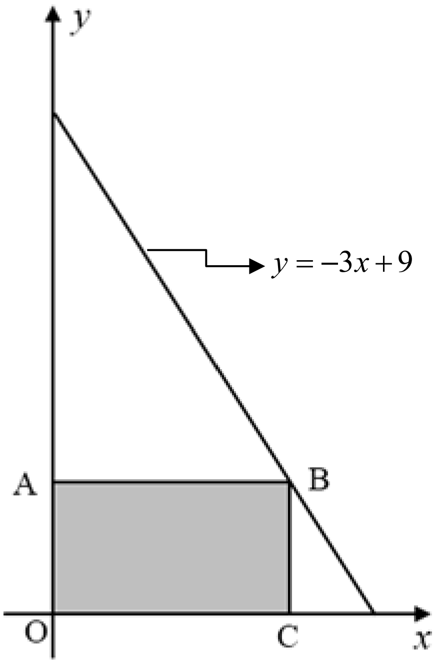
9.4 Skets die grafiek van $g(x) = (x-3)^3 - 3(x-3) + 2$. Toon duidelik alle afsnitte en draaipunte aan. (4)

9.5 Bepaal die waarde(s) van k, sodat $g(x) = k$ altyd 3 unieke wortels sal hê. (2)

[18]

VRAAG 10

Die diagram hieronder toon ’n reghoek OABC, waar B op die reguitlyn, $y = -3x + 9$ lê.
C lê op die x-as en A lê op die y-as soos aangetoon.



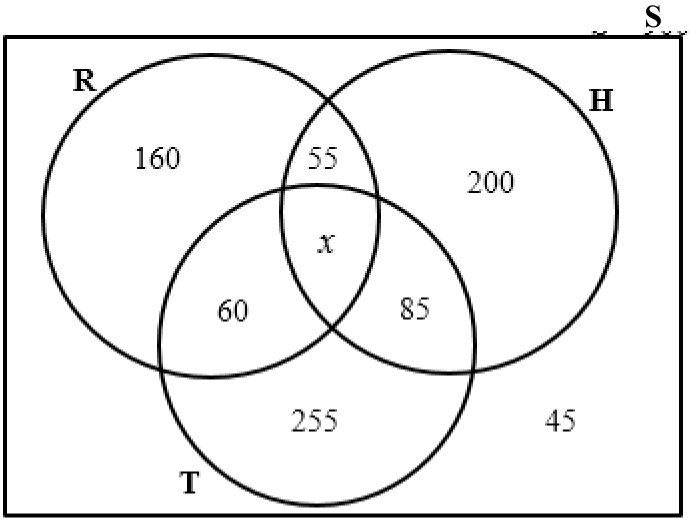
10.1 As B(x ; y), skryf die lengtes van OC en OA in terme van x. (2)

10.2 Bepaal die koördinate van B waarvoor reghoek OABC ’n maksimum oppervlakte sal hê. (4)

[6]

VRAAG 11

11.1 Tydens ’n opname by ’n sekere skool was 900 leerders gevra om aan te dui watter sport hulle as ’n winter sportkode wil speel. Leerders kon hoogstens 3 sportkodes kies. Die sportkodes wat deur leerders aangedui was, was Rugby (R), Hokkie (H) en Tennis (T). Daar sal seuns- en dogters-spanne in al drie sportkodes wees.
Die data wat ingesamel was word in die Venn-diagram hieronder getoon.



11.1.1 Bepaal hoeveel leerders al drie sportkodes wil speel. (2)

11.1.2 Indien ’n leerder blindelings gekies word, wat is die waarskynlikheid dat hy/sy slegs hokkie gekies het? (2)

11.1.3 Bepaal die persentasie leerders wat ten minste 2 sportkodes sal speel. (2)

11.2 Beskou die woord SPECTRUM.

11.2.1 Hoeveel maniere kan die 8 letters rangskik word:

(a) In enige volgorde? (1)

(b) Sodat die eerste letter ’n vokaal/klinker is. (2)

11.2.2 Bereken die waarskynlikheid dat in ’n sekere rangskikking van die 8 letters, die letters T, P en R, in enige volgorde, langs mekaar sal wees. (2)

11.3 ’n Sak bevat slegs twee kleure tennisballe, rooi en groen, in die verhouding 1 : 3. Twee balle word blindelings, een na die ander, gekies sonder om dit te vervang. Bereken die aantal balle in die sak, gegee dat die waarskynlikheid, om eerste ’n rooibal en tweede ’n groenbal te kies, gelyk aan $\frac{1}{5}$ is. (5)

[16]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

$A=P(1+ni)$ $\quad A=P(1-ni)$ $\quad A=P(1-i)^n$ $\quad A=P(1+i)^n$

$T_n=a+(n-1)d$ $\quad S_n=\frac{n}{2}\left(2a+(n-1)d\right)$

$T_n=ar^{n-1}$ $\quad S_n=\frac{a\left(r^n-1\right)}{r-1}$; $\quad r\neq 1$ $\quad S_\infty=\frac{a}{1-r}$; $-1<r<1$

$F=\frac{x\left[(1+i)^n-1\right]}{i}$ $\quad P=\frac{x\left[1-(1+i)^{-n}\right]}{i}$

$$f'(x)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h}$$

$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$ $\quad \mathrm{M}\left(\frac{x_1+x_2}{2};\frac{y_1+y_2}{2}\right)$

$y=mx+c$ $\quad y-y_1=m(x-x_1)$ $\quad m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ $\quad m=\tan\theta$

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

In ΔABC: $\quad \frac{a}{\sin A}=\frac{b}{\sin B}=\frac{c}{\sin C}$

$$a^2=b^2+c^2-2bc.\cos A$$

$$area\ \Delta ABC=\frac{1}{2}ab.\sin C$$

$\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha.\cos\beta+\cos\alpha.\sin\beta$ $\quad \sin(\alpha-\beta)=\sin\alpha.\cos\beta-\cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha.\cos\beta-\sin\alpha.\sin\beta$ $\quad \cos(\alpha-\beta)=\cos\alpha.\cos\beta+\sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha=\begin{cases}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 1-2\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1\end{cases}$ $\quad \sin 2\alpha=2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x}=\frac{\sum x}{n}$ $\quad \sigma^2=\frac{\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\bar{x}\right)^2}{n}$

$P(A)=\frac{n(A)}{n(S)}$ $\quad P(A \text{ of } B)=P(A)+P(B)-P(A \text{ en } B)$

$\hat{y}=a+bx$ $\quad b=\frac{\sum(x-\bar{x})(y-\bar{y})}{\sum(x-\bar{x})^2}$