Province of the
EASTERN CAPE
EDUCATION

NASIONALE
SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

SEPTEMBER 2020

WISKUNDE V2

PUNTE: **150**

TYD: **3 uur**

Hierdie vraestel bestaan uit 15 bladsye, insluitend 1 inligtingsblad, en 'n antwoordeboek van 25 bladsye.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 10 vrae.

2. Beantwoord AL die vrae in die SPESIALE ANTWOORDEBOEK wat verskaf word.

3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy gebruik in die beantwoording van die vrae, duidelik aan.

4. Slegs antwoorde sal NIE noodwendig volpunte verdien NIE.

5. Jy kan ’n goedgekeurde wetenskaplike sakrekenaar gebruik (nieprogrammeerbaar en niegrafies), tensy anders vermeld.

6. Indien nodig, rond antwoorde tot TWEE desimale plekke af, tensy anders gemeld.

7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.

8. ’n Inligtingsblad met formules is aan die einde van die vraestel ingesluit.

9. Skryf netjies en leesbaar.

VRAAG 1

Die volgende tabel toon ’n vergelyking van ’n skool se graad 12 finale punte van 2019 en die leerlinge se Skoolgebaseerde Assesserings (SBA) punte vir die jaar.

LEERDERS	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**
SBA PUNT	99	93	77	74	63	62	63	63	47	37
FINALE PUNT	94	81	73	65	59	58	55	49	43	31

1.1 Bepaal die vergelyking van die kleinste-kwadrate regressielyn vir die data. (Gee antwoord korrek tot 4 desimale plekke.) (3)

1.2 Bepaal die korrelasie-koëffisiënt tussen die SBA-punt en die finale punt. (1)

1.3 Lewer kommentaar op die korrelasie tussen die SBA-punt en die finale punt. (1)

1.4 Leerder 11 het 51% vir SBA behaal. Voorspel die finale punt wat hy behoort te kry, korrek tot die naaste eenheid. (2)

1.5 Gegee dat die gemiddelde vir die finale punt 60,8 is, bereken hoeveel leerders binne een standaardafwyking vanaf die gemiddelde was. (3)

[10]

VRAAG 2

Die spoed, in kilometer per uur, van fietsryers wat verby ’n punt op die roete van die Ystermanwedloop verby gegaan het wat afgeneem is en in die tabel hieronder opgesom is:

Spoed (km/h)	**Frekwensie (*f*)**	**Kumulatiewe Frekwensie**
$0 < x \leq 10$	10	10
$10 < x \leq 20$		30
$20 < x \leq 30$	45	
$30 < x \leq 40$	72	
$40 < x \leq 50$		170

2.1 Voltooi die bostaande tabel in die ANTWOORDEBOEK wat verskaf is. (2)

2.2 Maak gebruik van die assestelsel wat in die ANTWOORDEBOEK verskaf is om ’n kumulatiewe-frekwensie-kurwe vir die bostaande data te teken. (3)

2.3 Toon duidelik op jou grafiek aan waar die beramings/skattings vir die onderkwartiel (Q_1) en die mediaan (M) spoed afgelees kan word. Skryf ook hierdie beramings neer. (2)

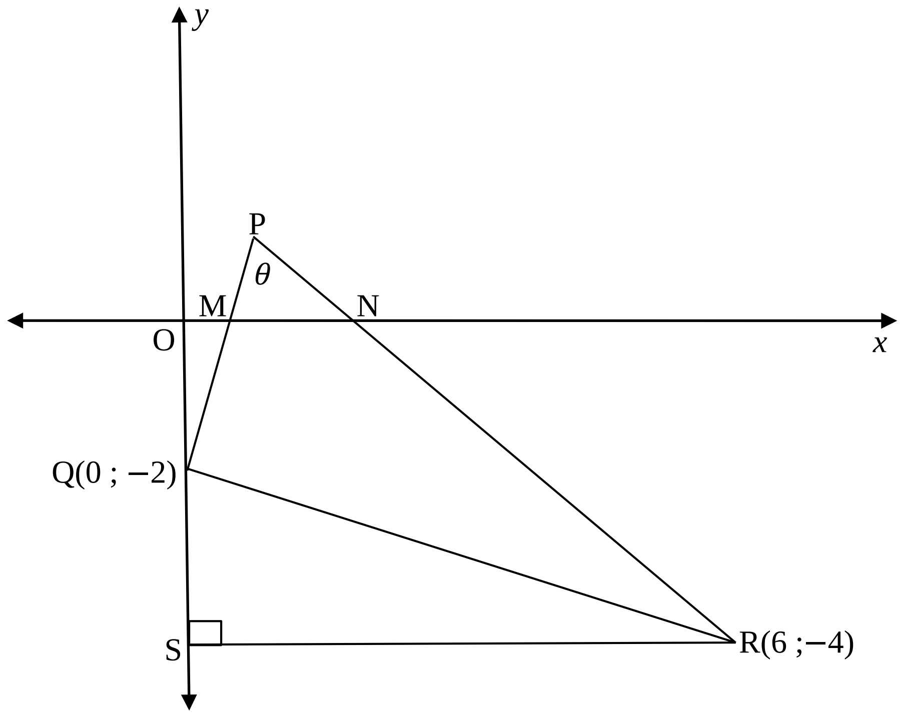
2.4 Teken ’n mond-en-snor diagram vir die data. Gebruik die getallelyn in die ANTWOORDEBOEK. (2)

2.5 Gebruik jou grafiek om die hoeveelheid fietsryers wat by die punt met ’n spoed van meer as 35 km/h verby gegaan het, te beraam. (1)

[10]

VRAAG 3

In die diagram is P, Q $(0\ ;\ -2)$ en R $(6\ ;\ -4)$ die hoekpunte van driehoek PQR. Die vergelyking van PQ is $3x - y - 2 = 0$. Die vergelyking van PR is $y = -x + 2$. RS is die loodlyn vanaf R tot op die y-as. $Q\hat{P}R = \theta$.



3.1 Bereken die gradiënt van QR. (2)

3.2 Bewys dat $P\hat{Q}R = 90°$. (2)

3.3 Bereken die koördinate van P. (3)

3.4 Bereken die lengte van QR. Laat jou antwoord in wortelvorm. (2)

3.5 Bepaal die vergelyking van die sirkel deur Q, P en R. Gee die antwoord in die vorm: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$. (5)

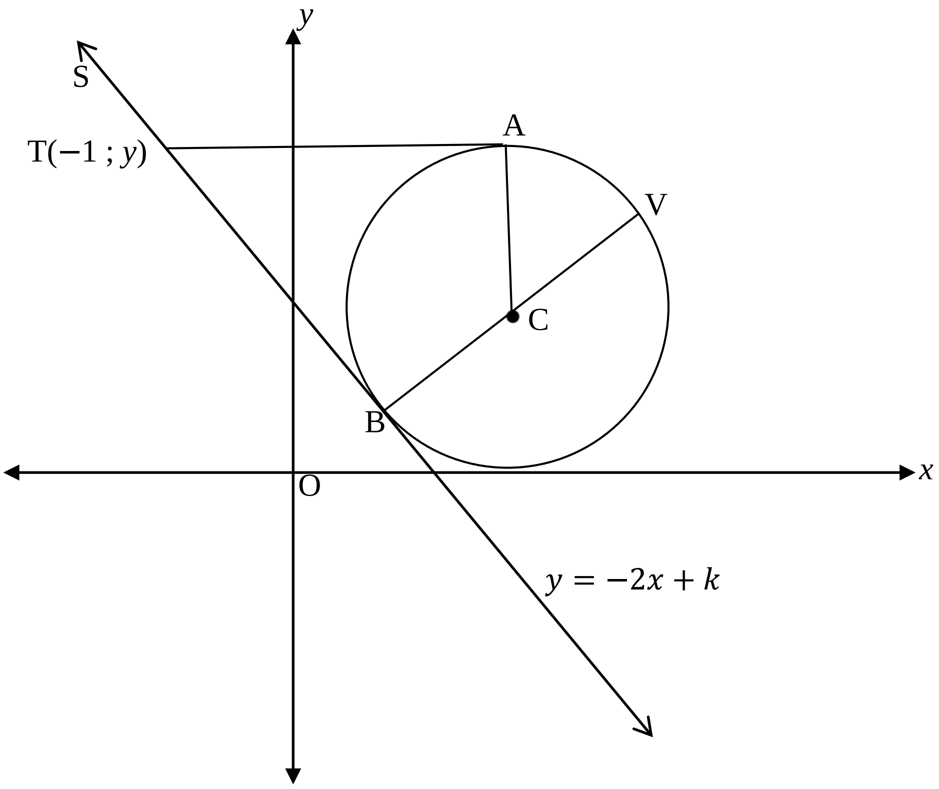
3.6 Bereken die grootte van hoek θ. (5)

3.7 Bereken die oppervlakte van ΔPQR. (3)

[22]

VRAAG 4

In die diagram hieronder is C die middelpunt van die sirkel gedefinieer deur $x^2 - 6x + y^2 - 4y + 9 = 0$. T $(-1\,;\,y)$ is ’n punt buite die sirkel. Twee raaklyne word vanaf T aan die sirkel geteken. STB is ’n raaklyn aan die sirkel by B en het vergelyking $y = -2x + k$. TA is ’n raaklyn aan die sirkel by A en is ewewydig aan die *x*-as. BV is ’n middellyn van die sirkel.



4.1 Bepaal die koördinate van C. (4)

4.2 Bepaal die vergelyking van BV. (3)

4.3 Bepaal die vergelyking van lyn TA. (1)

4.4 Bereken die lengte van TB. Gee rede(s). (4)

4.5 Bepaal die waarde van *k*. (2)

4.6 Bereken die grootte van $A\hat{C}B$. Gee rede(s). (4)

[18]

VRAAG 5

5.1 As $\cos 22° = p$; bepaal die volgende in terme van p:

5.1.1 $\cos 158°$ (2)

5.1.2 $\sin 112°$ (2)

5.1.3 $\sin 38°$ (4)

5.2 Bepaal al die waardes van P in die interval $[0°; 360°]$ wat die vergelyking bevredig:
$\sin P = \sin 2P$ (4)

5.3 As ΔABC 'n ongelyksydige driehoek is, toon aan dat: $\cos(A + B) = -\cos C$. (2)

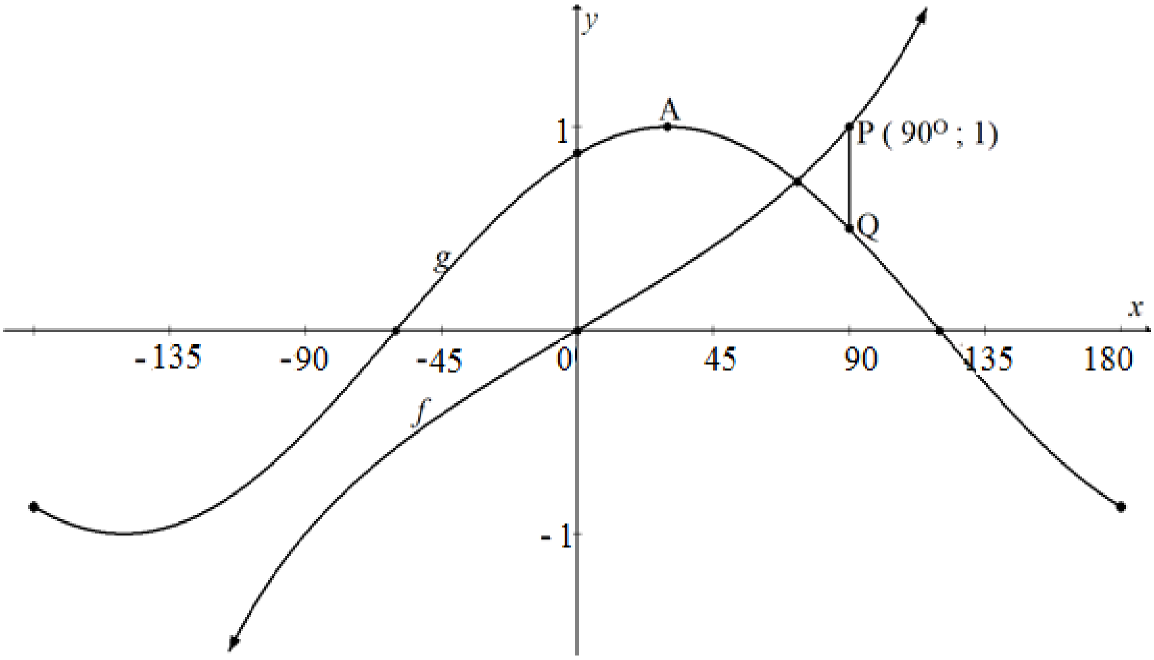
5.4 Bewys die volgende identiteit:

$$\frac{\cos^2 x - \cos x - \sin^2 x}{2\sin x\,.\cos x + \sin x} = \frac{1}{\tan x} - \frac{1}{\sin x}$$ (5)

5.5 Bepaal die algemene oplossing van: $4 + 7\cos\theta + \cos 2\theta = 0$. (6)
[25]

VRAAG 6

In die diagram hieronder is die grafieke van $f(x) = tan\, b\, x$ en $g(x) = \cos(x - 30°)$ op dieselfde assestelsel vir $-180° \leq x \leq 180°$ geteken. Die punte P(90°;1) en Q lê op f en g onderskeidelik. Gebruik die diagram om die volgende vrae te beantwoord.



6.1 Bepaal die waarde van *b*. (1)

6.2 Skryf die koördinate van A, die draaipunt van g neer. (2)

6.3 As PQ ewewydig aan die y-as is, bepaal die koördinate van Q. (2)

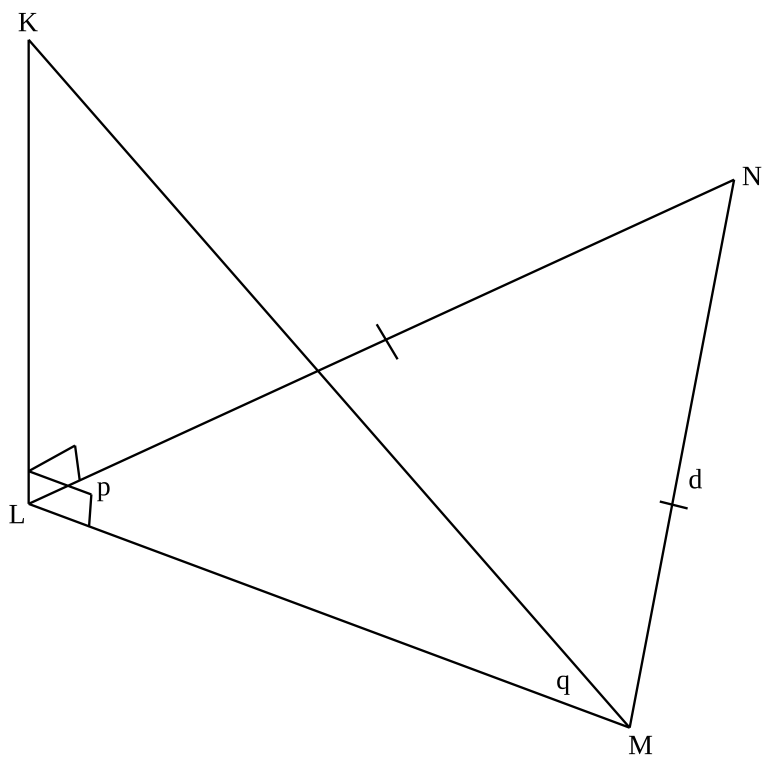
6.4 Skryf neer die vergelykings van die asimptoot(e) van $y = \tan b(x + 20°)$ vir $x \in$ [-180°;180°]. (1)

6.5 Bepaal die waardeversameling/terrein van h as $h(x) = 2g(x) + 1$. (2)

[8]

VRAAG 7

Punte L, M en N is in dieselfde horisontale vlak. KL is 'n vertikale toring. Die hoogtehoek van K vanaf M is $q°$. $N\hat{L}M = p°$; $NL = NM = d$ and $KL = h$.



7.1 Bepaal die grootte van $L\hat{N}M$ in terme van p. (2)

7.2 Bewys dat $LM = \dfrac{d \sin 2p}{\sin p}$ (2)

7.3 Toon, vervolgens dat: $h = 2d \cos p \tan q$. (3)

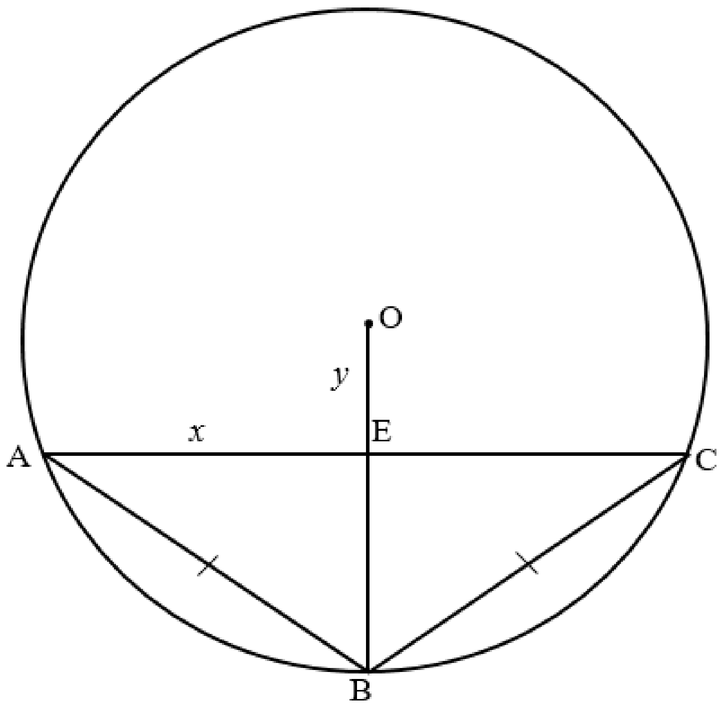
[7]

VRAAG 8

8.1 Voltooi die volgende stelling:

Die lynstuk geteken vanaf die middelpunt van die sirkel loodreg op die koord ... (1)

8.2 In die diagram hieronder is sirkel ABC met middelpunt O gegee. OB = 8 eenhede en AB = BC = 10 eenhede. E is die middelpunt van AC. Laat OE = y en AE = x.

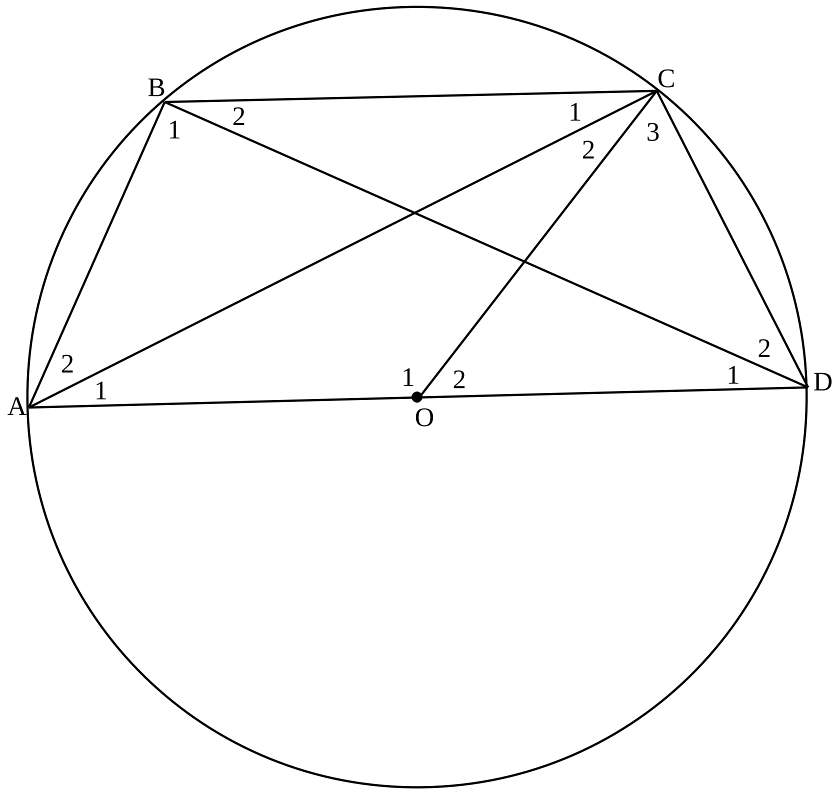


Bereken, met redes, die lengte van OE. (5)

8.3 Voltooi die volgende stelling:

Die hoek wat deur 'n boog by die middelpunt van die sirkel onderspan word, is ... van die sirkel, op dieselfde kant van die koord as die middelpunt. (1)

8.4 In die diagram is O die middelpunt van 'n sirkel ABCD. AOD is die middellyn en OC is 'n radius. AB, BC, CD, AC en BD is reguitlyne.



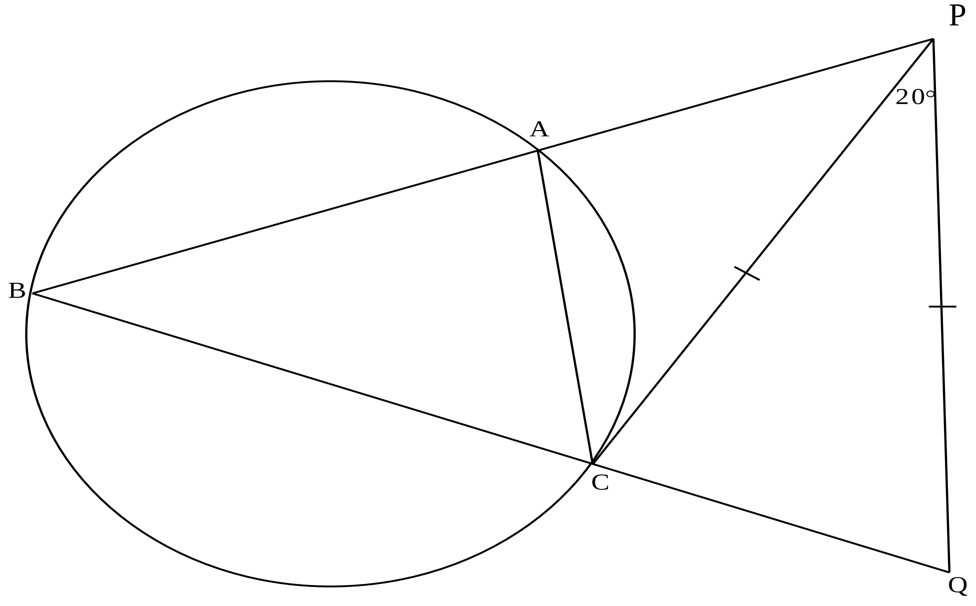
Skryf neer, met redes, 'n vergelyking wat die verwantskap tussen elk van die gegewe groep hoeke uitdruk.

	HOEKE	VERGELYKING / VERWANTSKAP	REDE
bv.	$\widehat{M}_3; \widehat{P}$	$\widehat{M}_3 = 2 \times \widehat{P}$	middelpunts ∠ = 2 × omtrekshoek∠
8.4.1	$\widehat{O}_2; \widehat{B}_2$		
8.4.2	$\widehat{D}_1; \widehat{C}_3; \widehat{D}_2$		
8.4.3	$\widehat{B}_1; \widehat{B}_2; \widehat{D}_1; \widehat{D}_2$		
8.4.4	$\widehat{D}_1; \widehat{C}_1$		

(8)
[15]

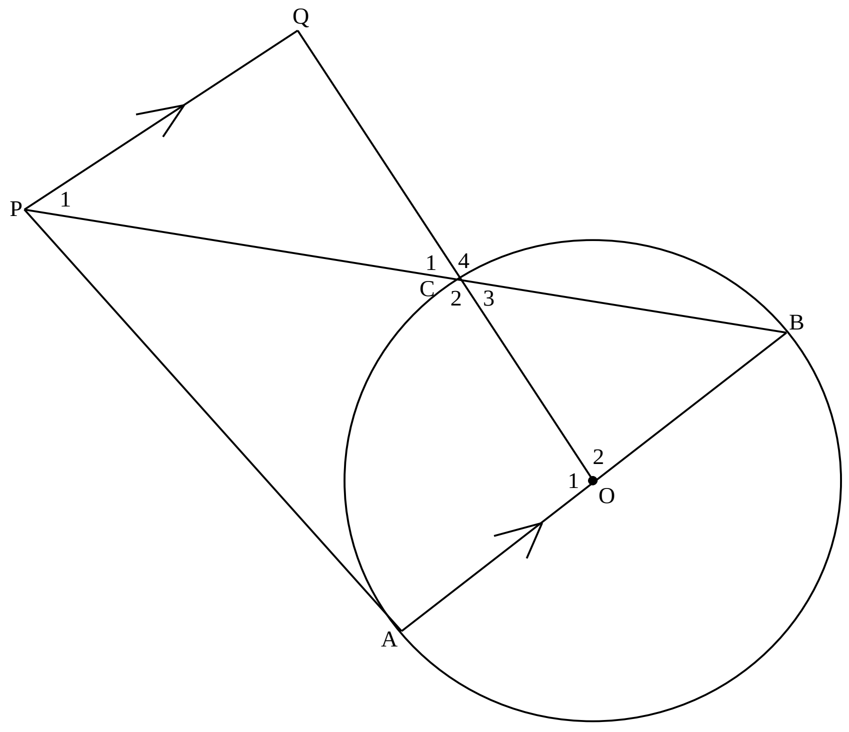
VRAAG 9

9.1 Gegee dat PC 'n raaklyn aan die sirkel ACB is; BAP en BCQ is reguitlyne.
PC = PQ en $C\hat{P}Q = 20°$.



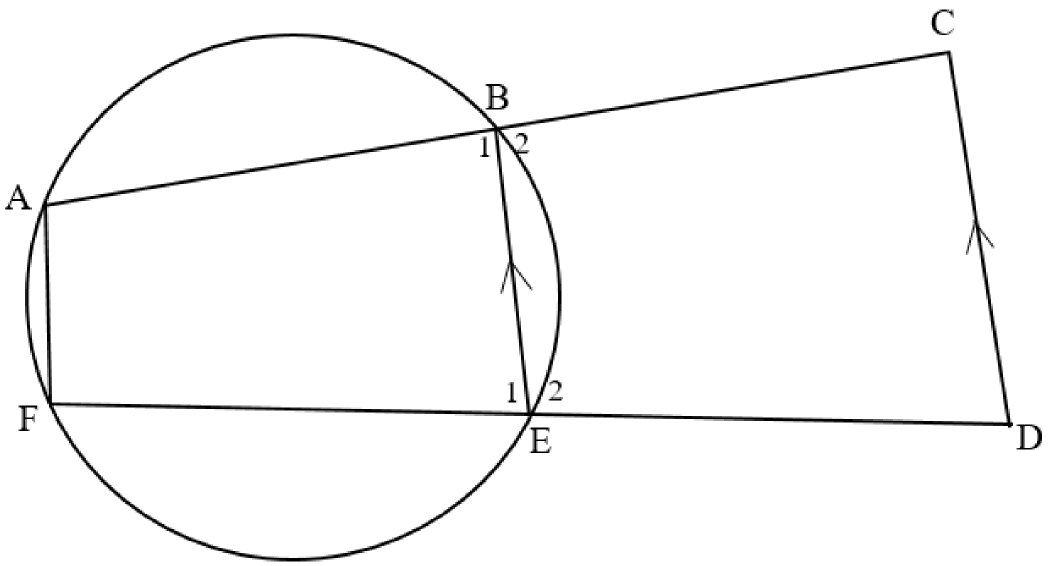
Bewys, met melding van redes, dat BC NIE 'n middellyn is NIE. (5)

9.2 In die diagram hieronder is O die middelpunt van sirkel ABC. Die raaklyn PA aan die sirkel en die middellyn AB ontmoet by A. OCQ en BCP is reguitlyne.
PQ∥AB.



Bewys, met melding van redes, dat PQ = QC. (6)

9.3 In die diagram hieronder is koorde AB en FE van sirkel met middelpunt O verleng na punte C en D op die omtrek van sirkel met middelpunt P. BE∥CD.

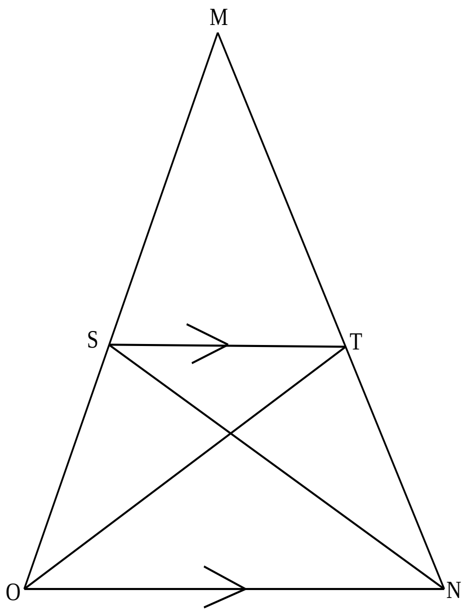


Bewys dat ACDF ’n koordevierhoek is. (5)

[16]

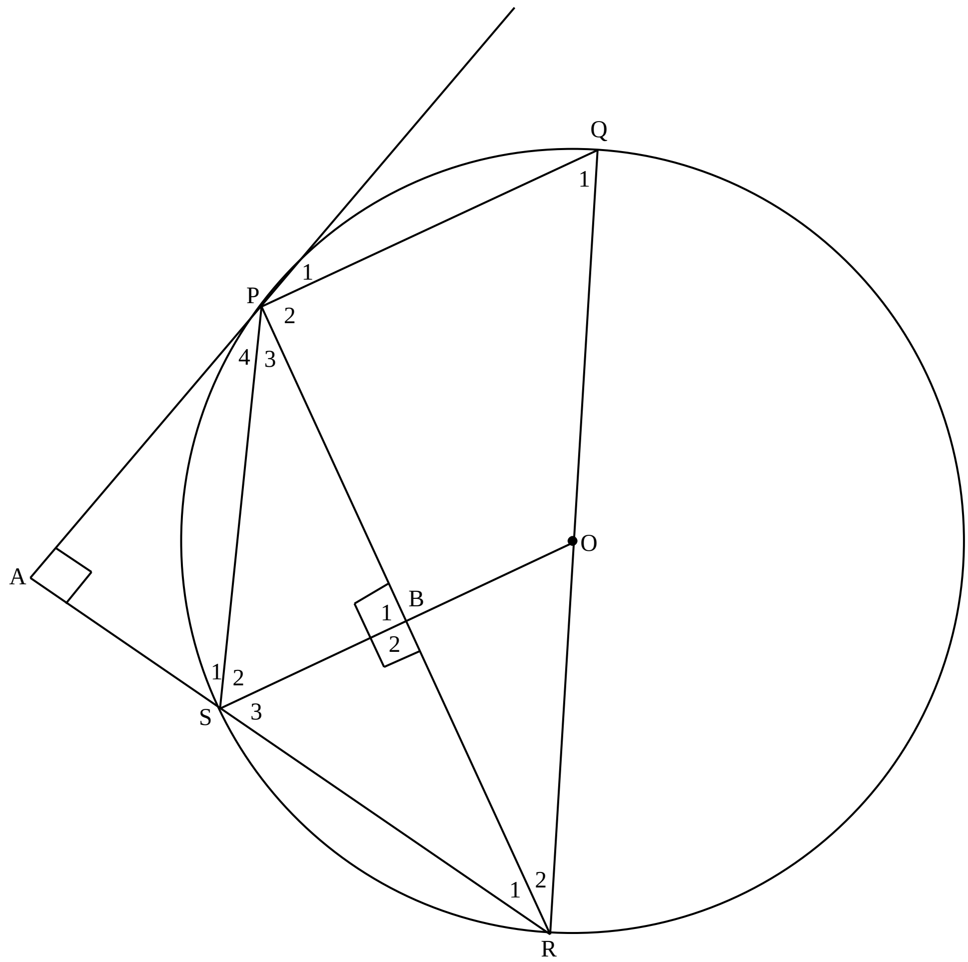
VRAAG 10

10.1 In die diagram is ΔMON geteken. S is ’n punt op MO en T is ’n punt op MN sodat ST||ON is. SN en OT is getrek.



Gebruik die diagram om die stelling wat meld dat ’n lyn ewewydig aan een sy van ’n driehoek verdeel die ander twee sye eweredig te bewys. Met ander woorde, bewys dat: $\frac{MS}{SO} = \frac{MT}{TN}$ (5)

10.2 In die diagram is O die middelpunt van die sirkel. PQRS is 'n koordevierhoek. Die raaklyn deur P sny RS verleng by A. OB ⊥ PR en PA ⊥ AS.



Bewys dat:

10.2.1 ΔAPS |||ΔBRS (3)

10.2.2 AP . RS = BR . PS (1)

10.2.3 $\hat{P}_4 = \hat{R}_2$ (4)

10.2.4 BR . RQ = RS . RP (6)

[19]

TOTAAL: 150

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$A = P(1 + ni)$ $A = P(1 - ni)$ $A = P(1 - i)^n$ $A = P(1 + i)^n$

$\sum_{i=1}^{n} 1 = n$ $\sum_{i=1}^{n} i = \frac{n(n+1)}{2}$ $T_n = a + (n-1)d$ $S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$

$T_n = ar^{n-1}$ $S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$; $r \neq 1$ $S_\infty = \frac{a}{1-r}; -1 < r < 1$

$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$ $P = \frac{x[1-(1+i)^{-n}]}{i}$

$$f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ $M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$

$y = mx + c$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ $m = \tan\theta$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

In ΔABC: $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$ $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc.\cos A$ $area\Delta ABC = \frac{1}{2}ab.\sin C$

$\sin(\alpha + \beta) = \sin\alpha.\cos\beta + \cos\alpha.\sin\beta$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin\alpha.\cos\beta - \cos\alpha.\sin\beta$

$\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha.\cos\beta - \sin\alpha.\sin\beta$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos\alpha.\cos\beta + \sin\alpha.\sin\beta$

$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2\alpha - \sin^2\alpha \\ 1 - 2\sin^2\alpha \\ 2\cos^2\alpha - 1 \end{cases}$ $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha.\cos\alpha$

$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$ $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}$

$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$ $P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$

$\hat{y} = a + bx$ $b = \frac{\sum(x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum(x - \bar{x})^2}$

Kopiereg voorbehou